



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *23 mai 2013* par :

PHILIPPE COCHE

Modélisation cinétique d'un propulseur à effet Hall

JURY

RICHARD FOURNIER	Professeur d'Université	Président du Jury
FABRICE DOVEIL	Directeur de Recherche CNRS	Rapporteur
GIOVANNI MANFREDI	Directeur de Recherche CNRS	Rapporteur
LAURENT GARRIGUES	Chargé de Recherche CNRS	Examineur
SEDINA TSIKATA	Chargée de Recherche CNRS	Examineur
STÉPHANE MAZOUFFRE	Chargé de Recherche CNRS	Examineur
JEAN-PIERRE BOEUF	Directeur de Recherche CNRS	Invité
NICOLAS ARCIS	Chef du service Propulsion Satellites CNES	Invité

École doctorale et spécialité :
GEET : Ingénierie des PLASMAS

Unité de Recherche :
LAPLACE (UMR 5213)

Directeur de Thèse :
Laurent Garrigues

Rapporteurs :
Fabrice Doveil et Giovanni Manfredi

Remerciements

Trois années et demi se sont écoulées depuis le commencement de la thèse. Trois années et demi, c'est une durée non négligeable sur une vie d'étudiant, et pourtant, l'impression d'immédiateté est surprenante lorsqu'on finalise ce manuscrit. Alors on feuillette dans sa mémoire les expériences qui s'entassent. On recroise mentalement les personnes de ces trois années et demi, on les colore de souvenirs, on recolle entre eux des bouts de temps et on reconstruit le chemin que l'on a emprunté jusqu'ici. Mais voyons, je n'ai pas l'intention d'ennuyer le lecteur avant même qu'il ne se perde dans ce manuscrit ! Alors, soyons bref.

Le commencement, c'est un entretien téléphonique avec Jean-Pierre Boeuf et Laurent Garrigues, au début de l'année 2009, et une possibilité de thèse sur la propulsion spatiale et la simulation numérique. On en discute, on décide et Laurent Garrigues va alors devenir mon directeur de thèse et moi son étudiant. Je lui suis particulièrement reconnaissant car il m'a suivi de près, sans faillir, de mon arrivée au labo jusqu'à la soutenance. Au-delà de son enseignement scientifique, j'ai particulièrement apprécié son énergie débordante qu'il m'a communiqué lorsqu'elle me faisait défaut dans les méandres de la thèse.

Ce travail de thèse n'aurait pas été le même s'il ne s'était déroulé au LAPLACE et particulièrement au sein du groupe GREPHE. Je ne peux malheureusement citer toutes les personnes que j'ai rencontrées durant ma thèse et qui m'ont beaucoup apporté, que ce soit face à un tableau gribouillé d'équations ou simplement devant une bonne bière ! Je pense tout particulièrement à Jo et Yu avec qui nous nous sommes tout de suite accordés les claviers et avec qui j'ai partagé ce merveilleux moment que d'être échoué à 2 km de la Rochelle, le bateau et l'estomac gîtant sévèrement, et d'attendre la prochaine marée. Il y a aussi le bureau voisin : Nicolas, Guoqiang, Nourredine et dernièrement Romain, collègues et amis, sans oublier, Karina, Sedigheh, Amine, Mohammed, Juslan, Chérif, Mustapha, Hamid, les amis de Nancy et bien d'autres... Je remercie Gerjan, Gwenael et Jean-Pierre pour leurs idées et suggestions qui m'ont souvent permis de faire des grands pas dans mon cheminement.

Je remercie aussi les deux rapporteurs, Fabrice Doveil et Giovanni Manfredi, pour avoir creusé dans les moindres détails et avec une grande rigueur mon travail de thèse, sans oublier les autres membres du jury : Sedina Tsikata, Richard Fournier, Stéphane

Mazouffre, Nicolas Arcis, Jean-Pierre et Laurent. Je leurs suis très reconnaissant de m'avoir embêté (si si...!) par leurs interrogations légitimes et m'avoir donné l'occasion de me justifier et de prendre du recul. Ce travail n'aurait pu aboutir si je n'avais bénéficié d'heures de calcul sur le supercalculateur du CALMIP et de l'aide de Nicolas Renon. Je remercie aussi le CNES et la Snecma pour leur soutien financier.

Merci à ma famille pour son soutien indéfectible et à ceux qui ont pu être présent pour la soutenance ! Je ne peux terminer ces remerciements sans exprimer toute mon affection à ma petite Chinoise qui a partagé une très grosse partie des moments de cette thèse, à Toulouse ou de loin, à Strasbourg. Merci infiniment Xin !

Bonne lecture !

Table des matières

Remerciements	i
Liste des symboles	vii
Introduction générale	1
1 La physique du propulseur sous l'angle des simulations	5
1.1 Introduction	5
1.2 Domaines d'étude	7
1.3 La méthode fluide	7
1.3.1 Les modèles fluides	9
1.3.2 Résultats	10
1.4 La méthode PIC	14
1.4.1 Système à résoudre	16
1.4.2 Les modèles PIC et le scaling numérique	16
1.4.3 Résultats	23
1.5 La méthode hybride	31
1.5.1 Les modèles hybrides et le transport anormal	32
1.5.2 Résultats	36
1.6 Conclusion	40
2 Un modèle du propulseur	43
2.1 Introduction : choix de l'espace et hypothèses de départ	43
2.1.1 Domaine de calcul	43
2.1.2 Condition aux limites	44
2.1.3 Champ appliqué	45
2.2 Description des méthodes PIC employées	45
2.2.1 Formulation explicite	46
2.2.2 Formulation implicite	64
2.3 Techniques de parallélisation	73
2.3.1 Décomposition de domaine	74

2.3.2	Décomposition de particules	75
2.3.3	Discussion	79
2.3.4	Supercalculateurs	81
2.4	Conclusion	82
3	Des phénomènes fluctuants au sein du propulseur	83
3.1	Introduction	83
3.1.1	Conditions de démarrage	84
3.2	Validation de la méthode de scaling	85
3.2.1	Exploration du domaine de validité	85
3.2.2	Comparaison entre le modèle implicite et le modèle explicite . . .	89
3.3	Déroulement d'une décharge type: 170 G, 300 V	91
3.3.1	Champ fluctuant azimuthal haute fréquence	94
3.3.2	Onde de champ axial	99
3.3.3	Champ fluctuant azimuthal basse fréquence	102
3.4	Conclusion	106
4	Exploration des modes de fonctionnement	107
4.1	Introduction	107
4.2	Exploration tension, champ magnétique	108
4.2.1	170 G	108
4.2.2	100 G	109
4.3	Description détaillée d'une oscillation de courant	111
4.3.1	Croissance du courant	111
4.3.2	Chute de courant	117
4.3.3	Résumé	123
4.4	Etude des différents régimes	124
4.4.1	Régime de moyenne tension	124
4.4.2	Régime haute tension	126
4.4.3	Régime de transition	127
4.4.4	Régime basse tension	131
4.4.5	Régime de courant amorti et oscillant	132
4.5	Synthèse et transport électronique	135
4.6	Influence des parois	137
4.7	Conclusion	142
5	Etude sur le transport axial	143
5.1	Introduction	143
5.2	Le modèle particule-test (PT)	144

5.2.1	Hypothèses de base	144
5.2.2	Réalisation	145
5.3	Premiers résultats : comparaisons résultats PIC et PT	147
5.4	Schéma numérique et pas de temps : des effets indésirables	149
5.5	Influence d'une onde sur la trajectoire d'un électron	154
5.5.1	Idée directrice	154
5.5.2	Condition de résonance en champs croisés	157
5.5.3	Conséquence des résonances	160
5.5.4	Mobilité en présence d'une onde mono-mode	161
5.5.5	Etablissement d'une nouvelle mobilité	164
5.6	Conclusion	166
Conclusion générale		169
Annexes		173
A L'algorithme de Boris		173
A.1	Développement en 3 étapes	173
A.2	Forme matricielle	174
B Remplissage d'une matrice au format CSR		177
C Résolution d'un système décrivant l'interaction d'un électron soumis à un champ magnétique constant et à un champ électrique fluctuant		179

Liste des symboles

a	vecteur accélération
α	facteur de scaling sur la permittivité du vide, coefficient de collisions pariétales empirique
B	champ magnétique
β	paramètre de Hall
χ	susceptibilité implicite
Δt	pas de temps
$\Delta x, y$	pas d'espace
E	champ électrique
e	charge élémentaire électronique
ε, E_n	énergie cinétique
ϵ_0	permittivité du vide
$E_{x,y}$	composantes du champ électrique
F	vecteur force
f	fonction de distribution, facteur de scaling sur les masses des particules lourdes
$I_{a+,a-}$	courant d'ions et d'électrons à l'anode
$I_{b+,az}$	courant d'ions et d'électrons à la cathode
I_{cb}	courant de neutralisation
I_{cd}	courant d'électrons incidents
I_d	courant de décharge
I_i	courant d'ionisation, courant d'ion à l'anode
$j_{e,\perp}$	densité de courant électronique perpendiculaire aux lignes de champ magnétique
k_b	constante de Boltzmann
k	vecteur d'onde
$k, k_{x,y}$	nombres d'onde
L	longueur caractéristique du système
l	longueur du canal
λ_d	longueur de Debye

$\lambda_{e,n}$	libre parcours moyen des électrons et des neutres
$m_{e,i}$	masse électronique, ionique
m	masse d'une particule chargée, nombre de mode entier
μ_B	mobilité de type Bohm
$\mu_{\perp,c,\text{fluide}}$	mobilité collisionnelle et fluide perpendiculaire aux lignes de champ magnétique
N_a	densité des neutres
n_e	densité électronique
ν_m	fréquence d'échange de quantité de mouvement
$\nu_{B,t}$	fréquence de collisions de type Bohm, turbulentes
$\nu_{en,i,p}$	fréquence de collisions élastiques, d'ionisation et de collisions pariétales.
$\omega_{p,c}$	fréquence de Langmuir et fréquence cyclotronique
p_e	pression cinétique
φ, ϕ	potentiel électrique
q	charge d'une particule
\mathbf{r}, \mathbf{x}	vecteur position
$r_{1,2}$	petit et grand rayon du propulseur
$\rho_{e,i}$	densité de charges électriques, ioniques
\mathbf{R}, \mathbf{I}	opérateur de rotation, matrice identité
$r_{L,e}$	rayon de Larmor des électrons
σ	section efficace de collisions
t	coordonnée temporelle
$T_{e,\parallel,\perp}$	température électronique parallèle et perpendiculaire aux lignes de champ magnétique
\mathbf{u}	vitesse moyenne
U_0	tension de décharge
\mathbf{v}	vecteur vitesse
V_d	vitesse de dérive électrique
V_{th}	vitesse thermique électronique
$v_{x,y,z}$	composantes du vecteur vitesse
W, S	facteurs de forme pour l'interpolation sur une grille d'espace
x, y, z	coordonnées spatiales
y_{long}	longueur d'azimut
ζ	facteur de scaling géométrique

Introduction générale

L'idée d'utiliser l'énergie électrique pour propulser un engin spatial germa dès les débuts de l'ère moderne de la propulsion et de l'astronautique. Goddard en 1906 et Tsiolkovsky en 1911 émirent la possibilité d'accélérer dans un champ électrostatique des électrons, mis en évidence peu de temps avant par Thomson dans un tube de Crookes, pour fournir une poussée à un engin. Ces scientifiques avaient en effet relevé la grande vitesse atteinte par les électrons en comparaison de celles accessibles par des molécules chauffées.

En 2013, leurs idées visionnaires ont fait du chemin. Pendant plus d'un siècle, la communauté scientifique a vu se développer de nombreux concepts reposant sur la transformation de l'énergie électrique en énergie de poussée. On peut les regrouper en trois catégories : *la propulsion électrothermique* qui utilise l'énergie électrique pour chauffer un gaz, éjecté ensuite par une tuyère, *la propulsion électrostatique* qui utilise un champ électrique pour accélérer des ions et *la propulsion électromagnétique* qui repose sur la force de Lorentz pour accélérer un plasma et fournir une poussée.

La concentration des efforts de recherches sur la propulsion électrostatique s'est réalisée à partir des années 50 et 60 aux Etats-Unis ainsi que dans l'ex-Union Soviétique. A cette époque là, deux technologies ont été développées : celle des propulseurs de Hall que l'on peut attribuer à Morozov et celle des propulseurs à grilles à Kaufman. Alors qu'en URSS les deux technologies ont bénéficié d'importants efforts de recherche, seule la propulsion à grilles a été favorisée aux Etats-Unis. L'année 1971 marque le début de l'utilisation embarquée des propulseurs électriques par le lancement du satellite Meteor par l'URSS, équipé de deux propulseurs de Hall SPT-60s. Il faudra attendre la fin des années 90 et le début des années 2000, pour voir le lancement par le Japon, l'Europe et les Etats-Unis de satellites commerciaux ainsi que de sondes (Deep Space 1 par la NASA et SMART-1 par l'ESA) équipés de propulseurs à grilles et de Hall.

Les performances des propulseurs électriques s'expriment à l'aide de trois quantités :

- La poussée T en Newton qui est la force produite par l'éjection de matière à vitesse constante : $T = v_e \dot{m}$, en Newton
- L'impulsion spécifique I_{sp} en seconde mesure l'efficacité de la poussée et est définie comme le ratio de la poussée sur la consommation de carburant. $I_{sp} = T / \dot{m}_p g =$

v_{ex}/g où g est la constante de gravité $g=9,807 \text{ m.s}^{-2}$ et v_{ex} la vitesse d'éjection.

- La puissance électrique en W.

Les propulseurs à grilles possèdent une impulsion spécifique plus grande que les propulseurs de Hall mais ces derniers développent une poussée plus importante pour une même puissance électrique. De plus, ils sont moins sujets aux problèmes d'érosions qui altèrent la poussée et sont moins coûteux à concevoir, du fait de l'absence de grilles accélératrices. L'impulsion totale qui est le produit de la poussée et du temps de vie est donc comparable. Voyons maintenant le fonctionnement du propulseur de Hall, objet de cette thèse.

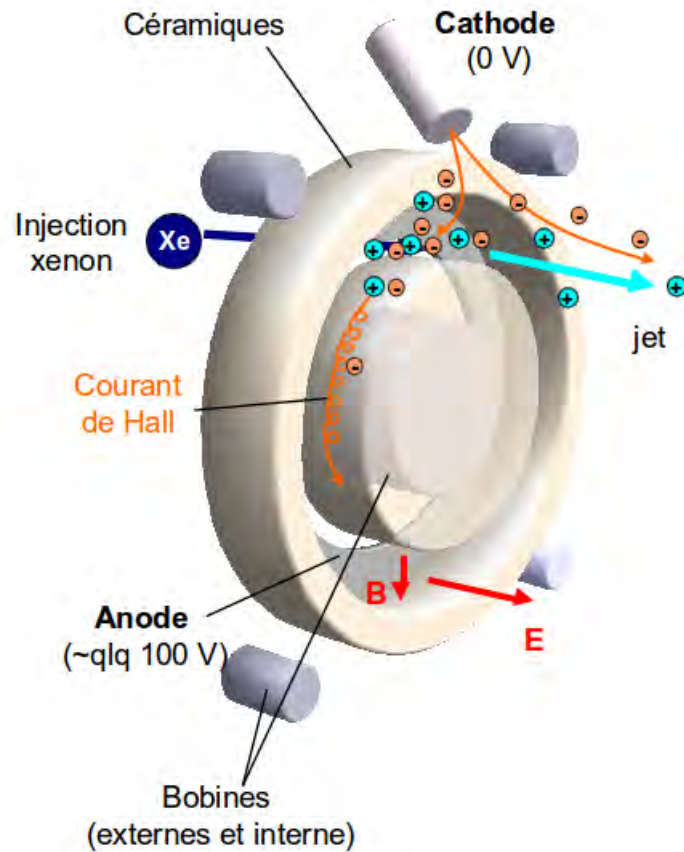


FIG. 1: Coupe schématique d'un propulseur de Hall.

Un propulseur de Hall est constitué de deux cylindres coaxiaux diélectriques en céramique délimitant un canal dans lequel est confiné un plasma (cf. Fig. 1). Une cathode extérieure permet d'injecter un courant d'électrons pour entretenir la décharge. L'anode au niveau de laquelle le gaz est injecté est située à l'autre extrémité du canal. Son potentiel est typiquement de 300 V. Un champ magnétique de 150 G, généré par 5 bobines externes est imposé à la décharge. Il a deux intérêts majeurs. Il piège les électrons et réduit alors considérablement la conductivité. Cela a pour conséquence de faire pénétrer un

champ électrique à l'intérieur du plasma. Ce champ permet de fournir l'énergie nécessaire aux ions non magnétisés dans le but de les accélérer et de créer ainsi la force de poussée. Deuxièmement, l'action du champ électrique et du champ magnétique entraîne l'apparition d'une dérive dans la direction azimutale créant le courant de Hall. Cela a pour effet d'accroître le taux d'ionisation et d'accentuer la multiplication. Enfin, les types de gaz utilisés sont le xénon ou l'argon car ils ont des faibles niveaux d'ionisation, combinés à une masse élevée.

On définit l'efficacité électrique du propulseur comme le rapport du courant d'ion sur le courant de décharge. On cherche donc à minimiser la fraction de courant de décharge qui participe à la création du courant d'ions. Dans cette problématique, la mobilité électronique a un rôle essentiel. Pour s'en convaincre, on peut faire le raisonnement qualitatif suivant : si la mobilité est trop élevée, la conductivité augmente et le champ induit est plus faible. Le taux d'ionisation et l'énergie communiquée aux ions sont alors amoindris. Inversement, si la mobilité est trop faible, le courant total va augmenter plus que n'augmentera le courant d'ions, afin d'assurer la continuité du courant de décharge. Dans un cas limite, la décharge s'éteindra.

On comprend bien alors l'importance de la mobilité comme élément fondamental à toute recherche d'optimisation du propulseur. Il est cependant difficile d'avoir une image claire du comportement des électrons de la cathode à l'anode et on invoque alors un transport "anormal". En effet, la théorie du transport collisionnel qui traduit l'effet des collisions sur le transport à travers une barrière de champ magnétique ne parvient pas à expliquer le transport observé. La problématique du transport anormal se retrouve aussi dans les plasmas de tokamak. Ils sont le siège de nombreux phénomènes turbulents qui accroissent le transport de matière et d'énergie à la paroi, altérant alors le temps de confinement. Des phénomènes similaires se développent dans le propulseur et empêchent alors d'avoir une vision claire et prédictive du comportement du plasma. De ce constat est née cette thèse. Elle a été financée par le CNES et la SNECMA et elle s'inscrit dans le cadre d'un Groupement De Recherche "Propulsion par Plasma dans L'Espace" créé en 1996 et qui regroupe le CNRS, le CNES, la SNECMA et plusieurs universités.

Je vais donc tenter dans ce manuscrit de vous éclairer sur la nature du transport des électrons dans le propulseur de Hall. Pour y arriver, j'ai découpé ce manuscrit en 5 chapitres.

1. Le premier chapitre a pour objectif d'introduire au lecteur la difficulté de décrire correctement le transport électronique dans les modèles numériques. Nous verrons que l'impossibilité d'obtenir des résultats compatibles avec l'expérience dans les modèles numériques a donné lieu à l'utilisation de coefficients de conductivité anormale. Les principaux résultats obtenus à travers la simulation numérique seront présentés et permettront au lecteur de se familiariser avec le fonctionnement du propulseur.

Nous aborderons les différentes méthodes de modélisation employées pour décrire le plasma du propulseur en insistant sur leurs avantages, leurs inconvénients et les moyens de dépasser ces derniers.

2. Dans le second chapitre, nous présenterons au lecteur les modèles numériques que nous avons utilisés pour répondre à la problématique. Ils sont composés de deux modèles PIC (Particle-In-Cell) dont le premier possède un schéma de discrétisation implicite des équations, et le second, un schéma de discrétisation explicite. Nous décrirons en détails les étapes de résolutions des équations pour les deux schémas et aborderons les techniques de parallélisation employées.
3. Des tests de validation ainsi qu'une présentation des résultats majeurs du modèle seront présentés en troisième partie. Nous décrirons les phénomènes fluctuants observés. Ce chapitre sert de préliminaire au chapitre qui suit.
4. Dans ce chapitre, introduit par le précédent, nous décrirons le déroulement de la décharge pour différents points de fonctionnement moteur, celle-ci étant instationnaire, et dégagerons différents régimes de courant. Nous tenterons de montrer l'influence du transport anormal à travers le développement d'une instabilité azimuthale. Nous montrerons aussi l'importance des collisions dans le transport, tout au long de la décharge.
5. L'objectif du dernier chapitre sera de montrer au lecteur l'influence des interactions électroniques avec l'onde sur un type de transport électronique. Nous insisterons sur la nécessité des collisions élastiques dans ce transport qui est augmenté grâce à l'onde. Dans un premier temps, nous présenterons le modèle numérique utilisé, puis nous essayerons pas à pas, d'établir une nouvelle mobilité prenant en compte les effets des collisions et des phénomènes fluctuants.

Chapitre 1

La physique du propulseur sous l'angle des simulations

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	Domaines d'étude	7
1.3	La méthode fluide	7
1.3.1	Les modèles fluides	9
1.3.2	Résultats	10
1.4	La méthode PIC	14
1.4.1	Système à résoudre	16
1.4.2	Les modèles PIC et le scaling numérique	16
1.4.3	Résultats	23
1.5	La méthode hybride	31
1.5.1	Les modèles hybrides et le transport anormal	32
1.5.2	Résultats	36
1.6	Conclusion	40

1.1 Introduction

En physique des plasmas, il existe deux approches pour modéliser le comportement d'un plasma : l'approche fluide et l'approche cinétique. Dans l'approche fluide, une hypothèse est faite sur la fonction de distribution, et celle-ci est généralement proche de la distribution à l'équilibre, la distribution maxwellienne. Cependant, cette approche perd sa validité lorsque des événements locaux empêchent d'atteindre l'état d'équilibre. C'est le cas des résonances onde-particules, des phénomènes de piégeage ou de chauffage stochastique. La fonction de distribution locale s'écarte alors fortement de la distribution

maxwellienne. Dans cette situation, la description cinétique est alors plus adaptée. Le plasma généré dans le propulseur de Hall rentre dans cette seconde catégorie. Comme on le verra par la suite, l'établissement d'une onde azimutale et une faible collisionnalité rendent indispensables une bonne description des interactions onde-particule. Une description cinétique est beaucoup plus coûteuse en temps de calcul qu'une description fluide et introduit du bruit numérique sur les résultats. Il vient alors une troisième approche, l'approche hybride. Celle-ci profite des avantages des deux précédentes méthodes : la rapidité d'exécution d'une description macroscopique et le bon rendu de la fonction de distribution d'une description cinétique. Certaines espèces du plasma vont alors convenir à une approche fluide ; pour d'autres une approche cinétique sera préférée.

Le chapitre qui suit permet de présenter au lecteur la physique du propulseur, prédite ou confirmée par simulations numériques. Nous allons exposer les résultats majeurs sous forme d'une structure tripartie, chaque partie étant associée à une des trois approches dont nous venons de parler. Cette structure nous permettra de définir le cadre dans lequel notre modèle numérique s'inscrit. L'accent sera mis sur le choix du domaine de calcul qui par sa géométrie permet ou non l'apparition de phénomènes physiques. On peut citer en 2D les phénomènes liés aux parois ou des phénomènes perturbatifs qui sont les éléments clefs du transport anormal. Nous nous placerons donc du point de vue numérique pour comprendre comment ce transport est pris en compte dans les différents modèles qui constituent ce chapitre.

Enfin, nous aborderons la question du scaling numérique dans les modèles cinétiques Particle-In-Cell (PIC) 2D, méthode visant à réduire le temps du calcul. Une de ces méthodes a été appliquée à notre modèle PIC explicite présenté au chapitre 2. Ainsi avons-nous jugé intéressant de faire un tour d'horizon de son utilisation.

Avant de poursuivre, nous souhaitons définir clairement ce que nous entendons par transport anormal.

En présence d'un champ magnétique, les électrons se trouvent piégés autour des lignes de champ. Ils dérivent autour des mêmes lignes tant qu'aucun phénomène susceptible de les dépiéger n'intervient. Si les électrons dérivant sont mis en présence d'un fond de neutre, ceux-ci ont une probabilité non nulle d'interagir avec les particules lourdes, et de briser leurs trajectoires cycloïdales. Dans ce cas, après chaque collision, les électrons se déplacent sur une autre ligne de champ, distante de leur rayon de Larmor. De cette manière, ils progressent dans l'espace, collisions après collisions. Ce processus est à l'origine de ce que nous appelons le transport classique [14]. Perpendiculairement aux lignes de champ, le coefficient de diffusion s'écrit :

$$D_{\perp} = \frac{k_b T_e}{m_e \nu_m} \frac{1}{1 + \frac{\omega_e^2}{\nu_m^2}} \quad (1.1)$$

où k_b et m_e sont les constantes de Boltzmann et la masse électronique respectivement, T_e la température électronique, ω_c et ν_m la fréquence cyclotronique et la fréquence d'échange de quantité de mouvement respectivement.

Dans la limite $\omega_c^2/\nu^2 \gg 1$, le coefficient de diffusion devient :

$$D_{\perp} = \frac{k_b T_e \nu_m}{m_e \omega_c^2} \quad (1.2)$$

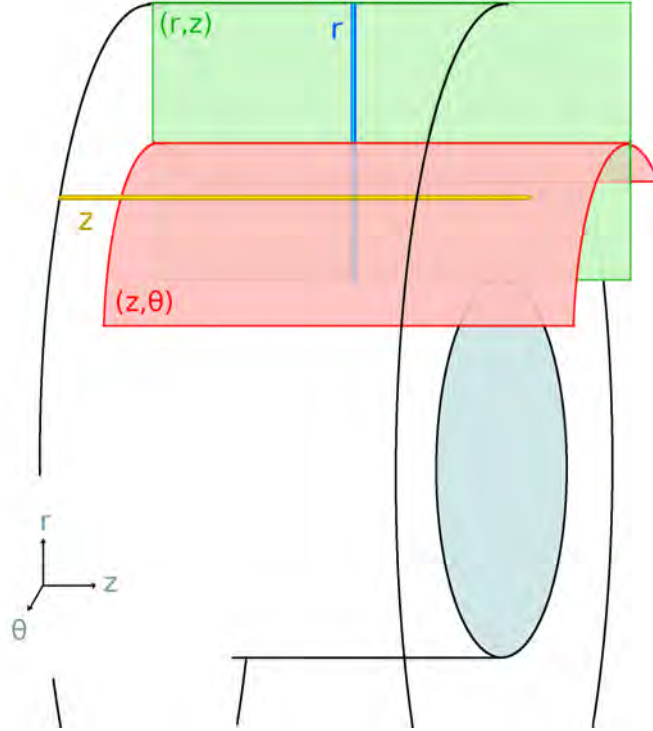
mettant en avant le rôle des collisions sur le transport. Comme nous l'illustrerons par la suite, la densité d'atomes dans la zone où les électrons sont magnétisés est bien trop faible pour justifier le transport mesuré [51]. Ainsi nous regroupons sous la terminologie de transport anormal les phénomènes qui sont responsables du transport accru mais qui sont mal compris. On rajoute qu'ils peuvent aussi être de type collisionnel, mais qu'ils font alors intervenir des collisions en surface et non en volume (c'est le transport classique). On en dénombre deux dans la littérature : le transport de type turbulent non collisionnel et le transport collisionnel en surface (transport pariétal). Intéressons-nous maintenant aux modèles numériques.

1.2 Domaines d'étude

La figure 1.1 présente les différentes géométries adoptées. La figure n'inclut pas de possibles variantes : domaine concentré sur l'intérieur, domaine extérieur plus large que celui représenté, etc... Les modèles les plus répandus décrivent l'espace (\mathbf{r}, \mathbf{z}) car celui-ci prend en compte les parois, sources de l'émission secondaire et des pertes d'énergie. Cette géométrie permet ainsi d'étudier l'influence des parois sur le transport électronique. Cependant, comme nous le verrons, des artifices numériques tels que l'ajout de fréquence de collisions supplémentaires sont toutefois nécessaires pour assurer un transport électronique suffisant. La géométrie (\mathbf{r}, θ) quant à elle se soustrait à l'influence des parois (il est quand même possible de les prendre en compte de manière très simplifiée, (cf. section 2.2.1)) et ne permet donc pas une bonne description de celles-ci. On note néanmoins l'apparition d'une onde de dérive sous cette configuration qui entraîne un transport suffisant de manière auto-cohérente.

1.3 La méthode fluide

Dans la méthode fluide, nous suivons l'évolution des quantités macroscopiques moyennées, définies à partir de la fonction de distribution en vitesses. On en recense trois : la densité $n(\mathbf{x}, t)$, la vitesse moyenne $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ et l'énergie cinétique $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$. Elle s'écrivent de

FIG. 1.1: Domaines de calcul \mathbf{r} , \mathbf{z} , (\mathbf{z}, θ) et (\mathbf{r}, \mathbf{z}) .

cette manière :

$$\begin{aligned}
 n(\mathbf{x}, t) &= \int \int \int f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 \mathbf{v} \\
 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{n} \int \int \int v f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 \mathbf{v} \\
 \varepsilon(\mathbf{x}, t) &= \frac{m}{2en} \int \int \int v^2 f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 \mathbf{v}
 \end{aligned}$$

où f est la fonction de distribution des particules dans l'espace $(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ et m la masse des particules considérées (électrons, ions). \mathbf{x} est le vecteur positions et \mathbf{v} , le vecteur vitesses. On établit ensuite un système d'équations couplées qui régissent l'évolution des quantités définies ci-dessus. On part de l'équation générale de Boltzmann et on l'intègre dans l'espace des vitesses.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$$

\mathbf{F} est un terme de force. Dans nos études, la force de Lorentz qui s'écrit $q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times$

\mathbf{B} est imposée. \mathbf{E} et \mathbf{B} sont le champ électrique et magnétique respectivement et q la charge électrostatique. La première équation (ou le moment d'ordre 0 de l'équation de Boltzmann) est l'équation de continuité :

$$\nabla \cdot (n\mathbf{u}) + \frac{\partial n}{\partial t} = S = \sum_j n N_a k_j(\varepsilon) \quad (1.3)$$

S est le terme source de création ou de perte de matière. En négligeant les collisions coulombiennes, il s'écrit comme la somme de tous les processus collisionnels j de l'espèce de densité n vers les neutres de densité N_a . $k(\varepsilon)$ est le taux de collisions du processus j .

Le premier moment est l'équation régissant la quantité de mouvement :

$$nm_e \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] + \nabla \cdot \mathbf{P} + qn(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) = S\mathbf{u} \quad (1.4)$$

où \mathbf{P} est le tenseur de pression cinétique, \mathbf{E} et \mathbf{B} le champ électrique et magnétique respectivement et q la charge des particules égale à $\pm e$ suivant le type de la particule considérée.

Le second moment est l'équation de l'énergie :

$$\frac{\partial en\varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (en\mathbf{u}\varepsilon + \mathbf{P} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{Q}) + en\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} = -enN_a\kappa \quad (1.5)$$

\mathbf{Q} est le vecteur flux de chaleur, κ un coefficient de pertes d'énergie inélastique et N_a la densité de neutres.

Ces sont les trois premiers moments de l'équation de Boltzmann. Certains modèles requièrent des moments d'ordres supérieurs mais pour une introduction générale, nous nous en tiendrons à ceux là. Ce système nécessite une condition de fermeture car nous avons trois équations mais quatre inconnues : la densité n , la vitesse moyenne \mathbf{u} , l'énergie moyenne ε et le flux de chaleur \mathbf{Q} . Une hypothèse sur \mathbf{Q} est donc nécessaire, hypothèse qui dépendra du modèle considéré.

1.3.1 Les modèles fluides

Deux modèles ont retenu notre attention :

- un modèle 1D (\mathbf{r}) écrit par Barral et al. [9]
- un modèle 2D (\mathbf{z}, θ) écrit par Knoll et al. [40]

Les 3 espèces, électrons, ions et neutres sont décrites de manière fluide. Ces modèles sont intéressants car ils ne présupposent pas un transport autre que celui obtenu de manière auto-cohérente.

1.3.2 Résultats

Near-wall conductivity (NWC)

Le modèle 1-dimension écrit par Barral et al. [9] est dédié à la compréhension de l'influence des parois sur la conductivité anormale. Elle est désignée en anglais par Near-wall conductivity (NWC [52]). Nous compléterons cette étude lorsque nous aborderons le modèle PIC développé par Sydorenko et al. 1.4.3. Barral et al. se penchent en particulier sur les effets combinés de l'émission secondaire et de la diffusion électronique par impact à la paroi, en imposant différents matériaux diélectriques. Ce travail est enrichi de mesures expérimentales qui sont présentés dans un papier associé écrit par Gascon et al. [32].

Le domaine d'étude est suivant la direction \mathbf{z} c'est à dire parallèle aux parois (cf. Fig. 1.1).

Concernant les électrons, les auteurs définissent deux températures afin de prendre en compte l'anisotropie de la température électronique : la température perpendiculaire aux lignes de champ magnétique $T_{e\perp}$ (T_{ez}) et celle parallèle $T_{e\parallel}$ (T_{er}). La fonction de distribution des électrons est donc maxwellienne dans les deux directions. Ces deux températures entraînent l'écriture de deux équations de conservation de l'énergie, pour la direction parallèle et la direction perpendiculaire à \mathbf{B} . Un terme d'émission électronique pariétale σ est inclu dans l'équation de continuité. Ce terme prend en compte l'émission secondaire mais aussi les réflexions élastiques et inélastiques. Il s'écrit :

$$\sigma = \delta + \eta_r + \eta_i \quad (1.6)$$

où δ est le coefficient d'émission secondaire, η_i le coefficient de réflexion élastique et η_i le coefficient de réflexion inélastique.

Il est calculé à partir des résultats expérimentaux. Pour la conservation de la quantité de mouvement, deux équations sont écrites, une pour la direction axiale (la loi d'Ohm) et l'autre pour la direction radiale.

Concernant les neutres, deux populations sont envisagées, chacune décrite par une équation de continuité et une équation de quantité de mouvement. Les auteurs font appels à deux populations pour modéliser les conséquences de l'ionisation qui résulte en une diminution des neutres lents, mais aussi pour prendre en compte le rôle des parois qui sont responsables d'un flux rétrodiffusé vers l'anode et qui réduit alors la vitesse moyenne. Ainsi, la première population englobe les neutres injectés dans le système et la seconde

population englobe la part de neutres de la première population qui a été aléatoirement réfléchi aux parois. Enfin, les ions sont simplement décrits par les trois premiers moments de l'équation de Boltzmann.

Sur la figure 1.2, des caractéristiques courant-tension ont été tracées pour différents matériaux, et comparées avec celles obtenues expérimentalement. On note un bon accord qualitatif. Un point important à souligner dans ce modèle est le non recours à des coefficients de diffusion anormale comme c'est le cas pour la plupart des modèles qui vont suivre. De ce fait, les courbes courant-tension simulées chutent par rapport aux courbes expérimentales en dessous de 200V, région où la conductivité anormale est supposée dominer (parties en pointillées). De plus, le modèle est capable de reproduire les oscillations basses fréquences liées au mode de respiration. Elles sont dues à l'ionisation périodique du front de neutres. Nous développerons plus en détails cette oscillation fondamentale dans le propulseur en section 1.5.2.

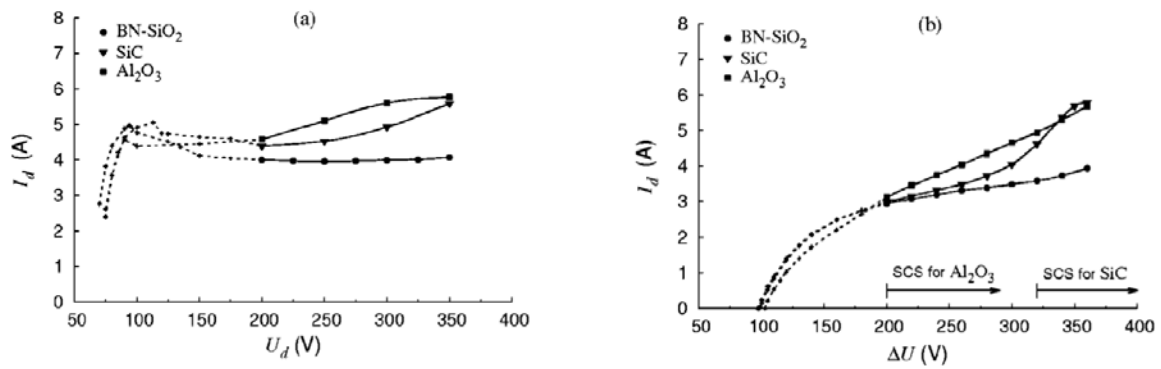


FIG. 1.2: Courbes courant-tension expérimentales (a) et simulées (b) pour différents matériaux. Les parties en pointillées indiquent les régions où la conductivité anormale domine probablement, d'après Barral et al. [9].

Lorsqu'on élève la tension de décharge, le flux d'énergie vers la paroi augmente, ayant pour conséquence de limiter la croissance de la température électronique au sein du plasma. Cette augmentation de flux va être naturellement associée à l'augmentation du coefficient d'émission secondaire σ entraînant une chute de potentiel de gaine. Plus d'électrons vont alors venir impacter la paroi et progresser par collisions en surface vers l'anode. Si σ dépasse un certain seuil (il dépend non seulement du flux incident mais aussi du type de matériaux utilisé), la gaine devient saturée en charges négatives et on rentre dans le régime SCS (Space Charge Saturation en Anglais). En plus d'un rétablissement de la barrière de potentiel, il se forme un puits au niveau de la gaine qui limite le flux d'électrons incidents et piège les électrons secondaires. A ce moment là, la température électronique augmente à son tour fortement car maintenant, moins d'énergie est évacuée à la paroi dû au puits de potentiel induit par l'émission secondaire. Il s'ensuit une augmentation du courant de décharge. Dans le régime SCS, la chute de potentiel $\Delta\Phi_s|_{SCS}$ s'écrit ainsi :

$$\Delta\Phi_s|_{SCS} \approx 1.02 \frac{k_b T_{e\parallel}}{e} \quad (1.7)$$

où $T_{e\parallel}$ est la température parallèle aux lignes de champ, k_b et e la constante de Boltzmann et la charge électrostatique respectivement. A partir de ces résultats les auteurs suggèrent une caractéristique courant-tension idéale que nous présentons figure 1.3.

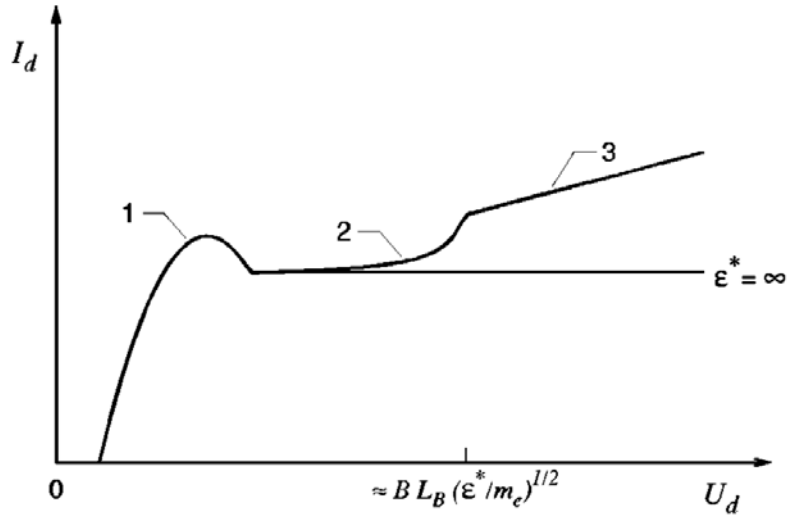


FIG. 1.3: Caractéristique courant tension idéale pour des parois diélectriques. 1. région de conductivité anormale, 2. région de conductivité classique mixte turbulente/NWC, 3. régime de conductivité SCS, d'après Barral et al. [9].

On distingue trois régions de transport différent :

1. C'est la région de faible tension autour de 150-200 V. La conductivité anormale domine par rapport aux autres processus de transport.
2. La conductivité anormale décroît alors que le courant d'ion sature et le courant d'électron est principalement déterminé par la conductivité collisionnelle et la conductivité pariétale (NWC).
3. Lorsque le coefficient d'émission atteint la valeur critique de SCS, la conductivité pariétale devient limitée par la condition SCS et on entre dans une région où l'augmentation est linéaire.

Enfin, comme cela est confirmé par le modèle PIC de Sydorenko et al. présenté en section 1.4.3, les températures $T_{e\perp}$ et $T_{e\parallel}$ sont nettement différentes justifiant l'utilisation d'une fonction de distribution bi-maxwellienne. Néanmoins, malgré une meilleure description introduite par ce type de fonction de distribution, l'approche fluide est en désaccord avec les résultats de Sydorenko et al. 1.4.3 car elle surestime le flux électronique à la

paroi. Nous verrons qu'une meilleure description des fonctions de distribution entraîne un comportement différent de l'émission secondaire, surtout concernant le régime SCS.

Oscillations hautes fréquences

Le modèle 2-dimensions de Knoll et al. est le premier à décrire la direction azimutale [40], [42] (en description fluide). Il a été présenté lors de conférences internationales et est encore absent dans la littérature. Ce travail est en cours mais nous le présentons quand même par son originalité. L'objectif des auteurs est d'étudier le transport électronique lié au développement d'une onde azimutale. Outre la géométrie utilisée propice à l'apparition de telles perturbations, l'autre particularité de ce modèle est de conserver des termes dans les équations fluides qui sont habituellement négligés. Ceux-ci sont les termes d'inertie temporelle et spatiale pour les ions et les électrons (deux premiers termes dans le membre de gauche de l'équation (1.4)) qui s'écrivent :

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (1.8)$$

\mathbf{u} est le vecteur vitesse des ions et des électrons. Nous n'écrirons pas le système complet qui se trouve dans la référence [40]. La contribution de ces termes est faible ce qui justifie habituellement leur suppression. Cependant, ils sont conservés ici car ils permettent d'introduire un couplage entre les ions et les électrons.

Pour finir l'introduction du modèle, on précise que l'hypothèse de quasi-neutralité est appliquée et une équation de conservation de la masse sans terme source d'ionisation ferme le système. Enfin, aucun terme de mobilité anormal n'est intégré. Un potentiel de 100 – 140V est appliqué du côté anodique.

Comme on peut le voir sur la figure 1.4, une onde apparaît dans l'espace des vitesses.

Plus précisément, deux phénomènes ondulatoires se distinguent. Des oscillations hautes fréquences à 74 MHz qui sont visibles sur les vitesses électroniques et le potentiel plasma. Les auteurs l'attribuent à une instabilité de type Kelvin-Helmholtz prédite par Litvak et al [45]. Les secondes oscillations sont à basse fréquence et se situent autour de 7 MHz. Elle sont visibles sur la densité plasma. Pour ces dernières, les auteurs ne sont pas parvenus à déterminer leur origine.

Enfin, le dernier résultat intéressant concerne la mobilité calculée par leur modèle. Sans l'ajout d'aucun terme de transport anormal, il s'avère qu'ils prédisent un paramètre de Hall inverse ν_m/ω_c avec ν_m la fréquence de collisions et ω_c la fréquence de rotation cyclotronique électronique, très similaire à celui obtenu d'après les expériences [51]. Ces résultats sont visibles sur la figure 1.5.

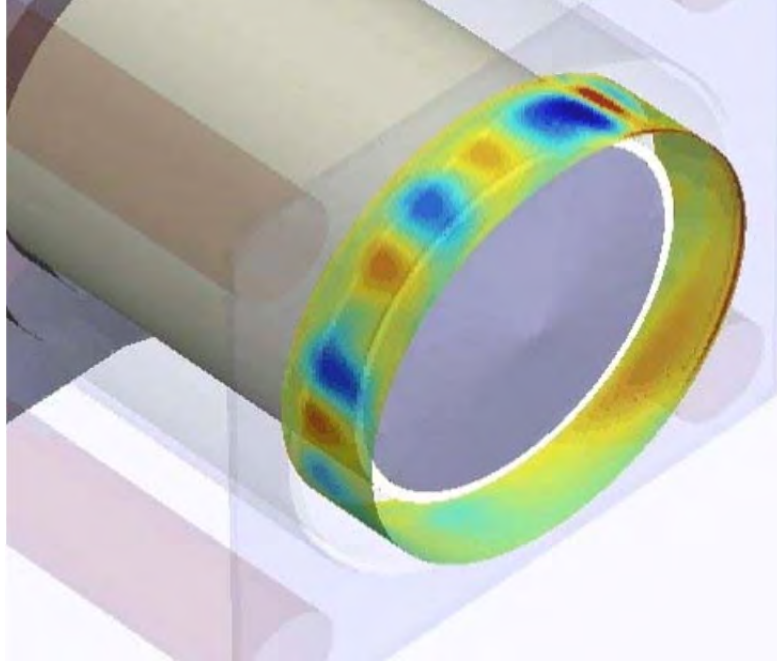


FIG. 1.4: Vitesse électronique axiale. D'après Knoll et al. [40]

1.4 La méthode PIC

L'acronyme PIC signifie Particle-In-Cell. Comme son nom l'indique, cette méthode consiste à suivre des particules au sein de cellules constitutives d'un maillage spatial. Ces particules sont soumises à des champs de force qui contraignent leur déplacement. Parce qu'il serait irréalisable de suivre chaque entité du plasma à cause de la puissance de calcul gigantesque nécessaire, on introduit ce qu'on appelle des particules numériques ou super-particules qui englobent plusieurs particules réelles. On réduit alors le nombre de degrés de liberté du plasma jusqu'à une limite basse, fixée de manière empirique afin de garantir une description fidèle. Les caractéristiques des particules d'un plasma forment sa fonction de distribution. À l'issue de cette réduction du nombre de degrés de liberté, nous nous intéressons à des portions de fonction de distribution représentées par des particules numériques qui sont assignées d'un poids, indicateur du nombre de particules réelles.

L'équation à résoudre est l'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (1.9)$$

où f est la fonction de distribution des vitesses dans l'espace (\mathbf{x}, \mathbf{v}) , \mathbf{F} un terme de force qui sera explicité plus loin et m la masse de l'espèce considérée. Elle permet de décrire l'évolution de la fonction de distribution. Le membre de gauche comprend deux termes d'inertie temporelle et spatiale et un terme de force. Le terme du membre de droite est

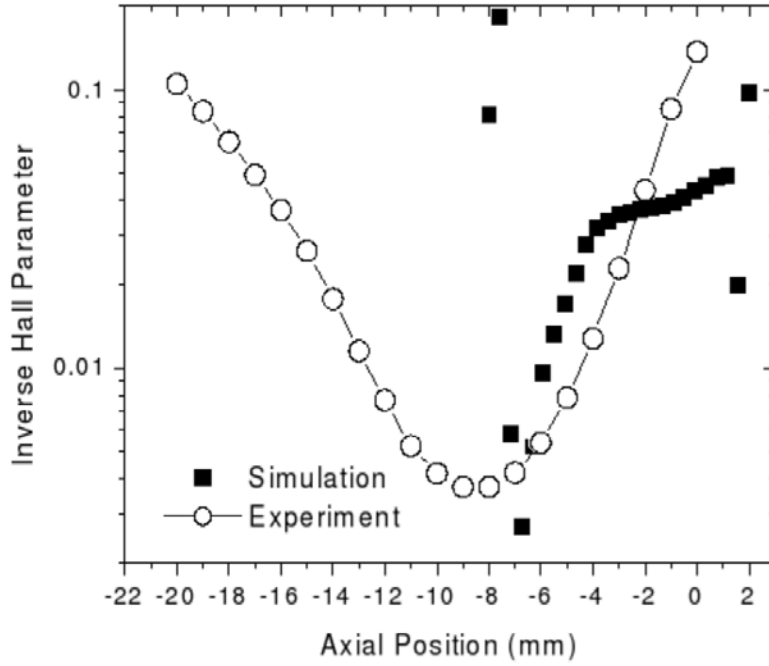


FIG. 1.5: Comparaison du paramètre de Hall inverse obtenu d'après expériences [51] et calculé dans le modèle. D'après Knoll et al. [40]

un terme de collisions. Pour simplifier sa résolution, on va extraire le terme de collision et le prendre en compte ultérieurement. Collisions et trajectoires sont donc découplées.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (1.10)$$

On se retrouve alors avec l'équation de Vlasov qui est par définition non collisionnelle. L'expression du terme de force dépend du problème considéré. La situation du propulseur est relativement simple compte tenu des faibles courants induits. On se place alors dans l'approximation électrostatique et on ne prend en compte que le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique appliqué \mathbf{B} , puisque le champ magnétique induit par le plasma est négligeable. D'autres problèmes qui sont du domaine de l'électromagnétisme comme l'interaction laser-matière requièrent d'intégrer au modèle des champs de déplacement. On devrait donc coupler l'équation de Vlasov aux équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère. Nous ne décrivons pas la résolution d'un tel système.

Le terme de force est la force de Lorentz :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

où $q = \pm e$. Nous allons maintenant écrire le système à résoudre en incluant le couplage entre le mouvement des particules et les champs appliqués.

1.4.1 Système à résoudre

Dans la méthode PIC, nous suivons les trajectoires de chaque macro-particule. Pour ce faire on intègre l'équation de Vlasov le long de ces trajectoires dans l'espace des phases. Le système à résoudre se résume alors à deux équations : la seconde loi de Newton pour la vitesse et la dérivée temporelle de la vitesse pour calculer la position. Ce système est résolu pour chaque macro-particule (indiquée p) de chaque espèce (indiquée α).

$$\begin{cases} m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_{\alpha,p}}{dt} = q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{\alpha,p} \times \mathbf{B}) \\ \frac{d\mathbf{r}_{\alpha,p}}{dt} = \mathbf{v}_{\alpha,p} \end{cases} \quad (1.11)$$

Ajouté à cela, il nous faut écrire une équation donnant le champ électrique macroscopique. Dans l'approximation électrostatique, on utilise donc l'équation de Poisson qui fournit la valeur du potentiel φ en fonction de la densité de charges ρ .

$$\Delta\varphi = - \sum_{\alpha} \frac{\rho_{\alpha}}{\epsilon_0} \quad (1.12)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide. Pour la résolution numérique, le système est discrétisé et résolu de manière séquentielle à travers une succession d'étapes (décrites au chapitre 2). Une étape de calcul des collisions viendra s'y ajouter afin de prendre en compte le terme collisionnel négligé dans notre explication. Nous avons maintenant posé les bases de la méthode PIC.

1.4.2 Les modèles PIC et le scaling numérique

Nous avons choisi 4 modèles pour illustrer la méthode :

- un modèle 1D (\mathbf{r}) écrit par Sydorenko et al. [65], [38]
- un modèle 2D (\mathbf{r}, \mathbf{z}) écrit par Taccogna et al. [67]
- un modèle 2D (\mathbf{r}, \mathbf{z}) écrit par Szabo et al. [66]
- un modèle 2D (\mathbf{z}, θ) écrit par Adam et al. [4]

Le gros désavantage de la méthode PIC est son coût en temps de calcul qui peut devenir prohibitif. Diverses méthodes ont donc été mises au point afin de relaxer les contraintes sur le pas de temps et le pas d'espace : ce sont les méthodes de dimensionnement numérique ou scaling numérique en anglais. Comme nous allons le voir, ces méthodes introduisent inévitablement des modifications sur la physique du propulseur. Un modèle numérique étant généralement dédié à l'étude de certains phénomènes en particulier, le

scaling peut n'avoir qu'une influence mineure sur ce que l'on souhaite observer. Il est sage alors de comprendre jusqu'à quelle mesure les résultats souffrent du scaling, autant sur les phénomènes d'intérêt que sur ceux qui ne sont que secondaires.

Dans l'optique d'accéder à des temps de calcul réduits, Adam et al. [4] au lieu de faire appel à un scaling, utilisent un schéma numérique de discrétisation plus complexe mais plus souple sur les contraintes numériques : un schéma de discrétisation implicite des trajectoires. Ce schéma sera détaillé au chapitre 2 étant donné que ce modèle est notre outil principal pour la thèse.

Nous débutons donc cette partie sur une description des scalings utilisés par Taccogna et al. et Szabo et al. Puis nous poursuivrons sur les résultats majeurs des modèles PIC cités précédemment.

Scaling géométrique

Le modèle développé par Taccogna et al. [67] décrit un domaine porté par les directions axiale et radiale. Sa particularité est l'utilisation d'un scaling géométrique pour accélérer la convergence. Cela amène donc à simuler un propulseur de taille réduite afin de traiter un nombre moins grand de points de grille et donc de particules¹. Pour ce faire, ces auteurs définissent des lois d'échelle pour chaque quantité qui dépend de la géométrie. Ils veillent cependant à préserver inchangés les processus d'ionisation et de magnétisation. Autrement dit :

$$\begin{cases} \frac{\lambda_e}{L} = \text{constante} \\ \frac{r_{L,e}}{L} = \text{constante} \end{cases}$$

L est la longueur caractéristique du système, λ_e le libre parcours moyen des électrons, et $r_{L,e}$ le rayon de Larmor des électrons.

En respectant les conditions précédentes, les lois d'échelle introduites par Taccogna sont visibles Tab. 1.1.

Les quantités avec astérisque sont les quantités avant scaling. ζ , $\zeta \in]0,1]$ est le paramètre de scaling. A partir de la relation introduite sur les longueurs, on en déduit d'autres relations en veillant à garder inchangées les équations du modèle PIC sous cette transformation. Par exemple, pour l'équation de Poisson unidimensionnelle, on obtient :

$$\frac{\zeta d^2 \phi^*}{\zeta^2 dx^{*2}} = -q \zeta^{-1} n^* \quad (1.13)$$

1. Le nombre de particules total est fixé par rapport au nombre de particules par cellules.

Quantités	Lois d'échelle
Longueur, largeur	$L = \zeta L^*$
Temps	$t = \zeta^{1/2} t^*$
Densité particulaire	$n = \zeta^{-1} n^*$
Potentiel électrique	$\phi = \zeta \phi^*$
Champ électrique	$E = E^*$
Champ magnétique	$B = \zeta^{-1/2} B^*$
Flux de matière	$\dot{m} = \zeta \dot{m}^*$
Vitesse	$v = \zeta^{1/2} v^*$
Courant	$I = \zeta^{3/2} I^*$
Température	$T = \zeta T^*$

TAB. 1.1: *Lois d'échelle sur les quantités caractéristiques du système. Les quantités étoilées sont celles avant scaling. D'après Taccogna et al. [67]*

L'inconvénient introduit par ce scaling concerne la modification du rapport surface S sur volume V . Changer les dimensions du propulseur entraîne un changement de la fréquence de collisions des électrons avec les parois (avec des conséquences sur l'émission secondaire, les pertes d'énergies et le transport pariétal).

En effet, ce rapport s'écrit :

$$\frac{S}{V} = \frac{2\pi l^*(r_2^* + r_1^*)\zeta^2}{\pi l^*(r_2^{*2} - r_1^{*2})\zeta^3} = \frac{2}{(r_2^* - r_1^*)\zeta} \quad (1.14)$$

$$\frac{S}{V} = \frac{S^*}{V^*} \zeta^{-1} \quad (1.15)$$

où r_2 et r_1 sont respectivement les grands et petits rayons du propulseur et l sa longueur (c.f. Fig. 1.6).

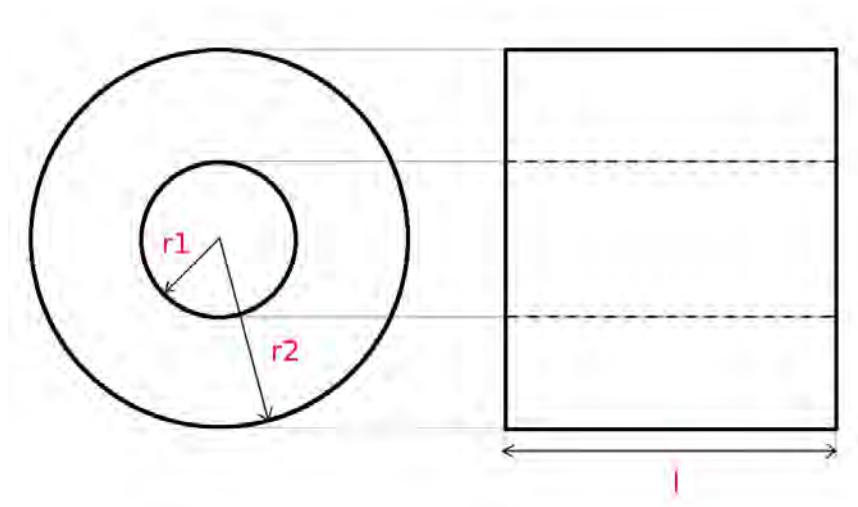
A partir de la fréquence de collisions originale électron-paroi :

$$\nu_p = v_z \frac{S}{V} \quad (1.16)$$

on en déduit la nouvelle après scaling :

$$\nu_p = \nu_p^* \zeta^{-1/2} \quad (1.17)$$

Ainsi, la fréquence de collisions électron-paroi après modification est plus grande d'un facteur $\zeta^{-1/2}$ rendant plus importants les effets de surface.

FIG. 1.6: *Dimensions du domaine.*

Concernant le transport des électrons, il ne nous est pas possible de savoir si les auteurs utilisent un artifice numérique ou s'il est simplement assuré de manière auto-cohérente. Le domaine de simulation décrit uniquement l'intérieur du moteur soit un volume délimité par les parois dans la direction axiale. Si on se penche sur les valeurs de scaling utilisées, on relève des coefficients ζ égaux à 0,1 et 0,01 ce qui signifie que la fréquence de collision est de 3 à 10 fois supérieure (cf. Eq. (1.17)). On sait par ailleurs que les parois ont une influence sur le transport électronique (Near-wall conductivity). Il nous est donc permis de supposer qu'outre les collisions électron-neutre, à savoir des mécanismes de transport classique, le scaling ajoute une contribution non négligeable à celui-ci.

Scaling des masses

Szabo et al. utilisent deux scalings : un scaling sur la permittivité ϵ_0 (cf. section 1.4.2) et un scaling sur les masses des particules lourdes. Nous développons ici le scaling des masses.

La fréquence du mode de respiration (cf. section 1.5.2) requiert de simuler $\approx 50 \mu s$, période imposée par le temps de transit des neutres. Il est donc intéressant de réduire artificiellement leur masse afin d'augmenter leur vitesse thermique pour réduire leur temps de transit. Il en est de même pour les ions, autre espèce lourde. Le scaling s'écrit ainsi :

$$M = f M^* \tag{1.18}$$

avec $f < 1$ et M la masse des particules lourdes (ions, neutres). La conséquence est

que pour une énergie constante, la vitesse est plus grande :

$$v = v^* f^{-1/2} \quad (1.19)$$

De ce fait, afin de conserver le flux de gaz tout en gardant inchangée sa densité, il faut modifier \dot{m} :

$$\dot{m} = \dot{m}^* f^{1/2} \quad (1.20)$$

La vitesses des ions et neutres étant accrue, il est nécessaire de modifier les sections efficaces afin de conserver les échelles internes. L'explication est la suivante :

le libre parcours moyen des neutres s'écrit :

$$\lambda_n = \frac{v_n}{\nu_n} = \frac{v_n}{n_e v_e \sigma} \quad (1.21)$$

où σ est la section efficace de collisions et n_e la densité électronique. et pour les électrons :

$$\lambda_e = \frac{v_e}{\nu_m} = \frac{1}{N_a \sigma} \quad (1.22)$$

où N_a est la densité de neutres. Le libre parcours moyen des neutres λ_n est proportionnel à v_n . Cette longueur va donc être dilatée avec l'augmentation de la vitesse des neutres, entraînant l'élargissement de la zone d'ionisation et une baisse de la fraction des neutres ionisés. Pour contrebalancer cet effet et préserver λ_n , Szabo modifie les sections efficaces :

$$\sigma = \sigma^* f^{1/2} \quad (1.23)$$

L'inconvénient est que cette opération change à son tour la longueur λ_e et augmente la fréquence de collisions des électrons ν_e . Cette augmentation de collisionnalité entraîne un transport accru. Szabo fait remarquer que les conséquences d'une fréquence de collision plus grande sont mineures tant que le piégeage est fort car dans ce cas : $\lambda_e = r_L$. Une limite supérieure au scaling des masses apparaît alors. Le paramètre de Hall $\beta = \omega_c / \nu_m$ exprime l'intensité du piégeage par rapport aux phénomènes dépiégeants, soit ici les collisions.

Celui-ci se retrouve alors réduit :

$$\beta = \beta^* f^{-1/2} \quad (1.24)$$

Il est établi que β ne peut être inférieur à 2 auquel cas, le champ magnétique devient trop faible pour induire un piégeage significatif. Le problème se complexifie lorsqu'il faut prendre en compte le transport anormal : une fréquence de collision supplémentaire de type Bohm (c'est à dire en $1/B$) est utilisée (comme dans le modèle de Liu et al. Eq. (1.34)). Il est donc ajouté une correction à la fréquence de collision électronique :

$$\nu'_m = \nu_m + \nu_B \quad (1.25)$$

La mobilité de Bohm telle qu'obtenue par Bohm s'écrit :

$$\mu_B = \frac{1}{16B} \quad (1.26)$$

On en déduit alors l'expression de la fréquence équivalente, $\nu_B = \omega_c/16$. Pour rester cohérent avec le scaling des masses, il faut aussi la modifier :

$$\nu_B = \nu_B^* f^{-1/2} \quad (1.27)$$

Ainsi, en cumulant les deux fréquences, classique et de Bohm, le paramètre de Hall β est d'autant plus bas que le scaling est fort. Szabo conclut que pour éviter que β ne soit inférieur à 2, le rapport des masses f doit satisfaire la condition :

$$f = \frac{1}{250} \quad (1.28)$$

et peut être acceptable pour $f=1/2500$ [10].

Scaling sur la permittivité du vide

Le modèle développé par Liu et al. [46] décrit le même domaine que celui de Taccogna à savoir l'intérieur du propulseur. Pour conserver des temps de simulation raisonnables, ils introduisent un scaling sur la permittivité du vide ϵ_0 .

Celui-ci s'écrit simplement :

$$\epsilon_0 = \epsilon_0^* \alpha \quad (1.29)$$

où l'astérisque dénote la permittivité du vide réelle. α , $\alpha \geq 1$ est le facteur de scaling.

La fréquence plasma ω_p et la longueur de Debye λ_d sont alors modifiées :

$$\begin{aligned}\omega_p &= \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0^* \alpha}} \\ \lambda_d &= \sqrt{\frac{\epsilon_0^* \alpha k_b T_e}{n_e e^2}}\end{aligned}$$

où n_e est la densité électronique, T_e la température électronique, e , k_b et m_e la charge électrostatique, la constante de Boltzmann et la masse électronique respectivement. ω_p et λ_d deviennent donc :

$$\omega_p = \omega_p^* \alpha^{-1/2} \quad (1.30)$$

$$\lambda_d = \lambda_d^* \alpha^{1/2} \quad (1.31)$$

Le résultat est la baisse de la fréquence plasma et l'allongement de la longueur de Debye. Les contraintes numériques qui imposent de résoudre ces deux grandeurs sont donc moins strictes. Liu et al. note qu'un facteur $\alpha = 1600$ peut être atteint. L'important étant de garantir $\lambda_d \ll L$, L longueur caractéristique du système, afin de conserver une région quasi-neutre couvrant la majeure partie de l'espace inter-électrodes.

Ce scaling peut aussi être vu comme une réduction de la densité.

$$n_e = n_e^* \alpha^{-1} \quad (1.32)$$

Dans ce cas, les fréquences de collisions doivent en contrepartie être artificiellement augmentées du même facteur α afin de compenser la baisse de collisionnalité. Il est cependant plus pratique de se baser sur ϵ_0 . Il aurait été intéressant d'observer des résultats pour différentes valeurs de coefficient de scaling α . Malheureusement les auteurs n'en ont pas inclus dans leur papier. Pour information, cette méthode de scaling a été appliquée à un autre modèle de la même équipe qui simule cette fois-ci un propulseur de Hall double étage [71].

Une autre modification apportée par Liu et al. concerne le traitement des neutres. Contrairement aux auteurs précédents, ils adoptent ici une description fluide unidimensionnelle (premier moment de l'équation de Boltzmann). Ils se débarrassent de plus du terme temporel de l'équation de continuité car ils cherchent une solution stationnaire :

$$v_{az} \frac{\partial N_a}{\partial z} = S \quad (1.33)$$

avec S terme source composé d'un terme de pertes provenant de l'ionisation $-\nu_i N_a$ et un terme de création provenant de la recombinaison $\nu_{\text{recomb}} N_a$.

Le gain de la description fluide avec solution stationnaire est certain : la convergence de la simulation n'est plus contrainte par le temps de transit des neutres mais par celui des ions plus légers que le gaz.

Pour conclure cette présentation, intéressons-nous maintenant au transport des électrons. Liu et al. rajoutent une fréquence de collisions artificielle pour prendre en compte le transport anormal et aider les électrons à traverser la barrière magnétique. La fréquence choisie, couramment utilisée dans les simulation PIC et fluide est de type Bohm :

$$\nu_B = C \omega_{ce} \quad (1.34)$$

où $C = 1/64$ est fixé de manière empirique.

Celle-ci se rajoute alors aux autres processus collisionnels :

$$\nu_m = \nu_{en} + \nu_i + \nu_p + \nu_B \quad (1.35)$$

où ν_{en} est la fréquence de collisions électron-neutre, ν_i la fréquence d'ionisation et ν_p la fréquence de collisions électron-paroi.

1.4.3 Résultats

Near-wall conductivity (NWC)

Le modèle développé par Sydorenko et al. [65] est dédié à l'étude de l'émission secondaire aux parois et par voies de conséquences, à la contribution de celles-ci sur le transport anormal. Nous avons déjà parlé de ce mécanisme dans la partie modélisation fluide, section 1.3.2. Ce modèle est un modèle 1D dont le domaine s'étend d'une paroi à une autre, porté par le rayon (suivant \mathbf{r}). L'utilisation de la méthode PIC permet de ne pas présupposer la forme de la fonction de distribution des électrons comme c'est le cas dans les modèles fluides et hybrides. Sa forme a en effet des conséquences importantes sur la prépondérance de l'émission secondaire dans le transport ; il est donc crucial de la laisser s'établir de manière auto-cohérente.

Le modèle ne décrit qu'une dimension spatiale mais conserve les trois dimensions de

la vitesse. Cela permet de prendre en compte l'impact des collisions électron-neutre sur la fonction de distribution : des effets se déroulant dans le plan $(\mathbf{z} - \theta)$ peuvent modifier la fonction de distribution dans la direction radiale.

Deux fréquences de collisions sont définies : ν_{en} la fréquence de collisions électron-neutre et ν_t la fréquence de collisions turbulente afin de simuler un transport anormal. Cette dernière est fixée grâce à la formule donnant la densité de courant électronique J_{exp} :

$$J_{exp} = en_e \mu_c E_z = en_e \frac{e(\nu_t + \nu_{en})}{m_e [(\nu_t + \nu_{en})^2 + \omega_c^2]} E_z \quad (1.36)$$

où μ_c est la mobilité collisionnelle, e et m_e la charge électrostatique et la masse électronique respectivement. Expérimentalement, la valeur de J_{exp} est connue. ν_{en} est déduit de la densité de gaz N_a . E_z et ω_c , le champ électrique axial et la fréquence cyclotronique respectivement, sont imposés d'après les valeurs expérimentales. ν_t a pour effet de diffuser aléatoirement les électrons uniquement dans le plan (\mathbf{r}, \mathbf{z}) sans changer leur énergie. Il est compris entre $7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ et $7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$. ν_{en} se situe entre $7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ et 10^6 s^{-1} et permet d'agir dans les trois directions de l'espace des vitesses.

Les simulations mettent en évidence une fonction de distribution en énergie avec deux populations (c.f. Fig. 1.7). Les populations chaudes s'expliquent de cette manière : grâce au champ accélérateur E_z , les électrons sont chauffés dans le plan (\mathbf{z}, θ) par le biais des termes de collisions classiques et turbulentes. Cette énergie gagnée est ensuite transférée vers les parois grâce aux collisions électron-neutre qui réorganisent la fonction de distribution des vitesses, modifiant ainsi la composante de vitesses en \mathbf{r} . Cependant, si $\nu_t \gg \nu_{en}$, le chauffage est plus rapide dans la direction axiale (selon \mathbf{z}) que n'a lieu le transfert d'énergie dans la direction normale aux parois, créant ainsi cette anisotropie. Dû à une faible collisionnalité qui empêche l'isotropisation de la fonction de distribution, deux populations se distinguent car peu d'énergie est redistribuée en \mathbf{r} .

Une publication plus récente de ces auteurs [38] expose d'autres fonctions de distributions. Sur la figure 1.8 sont représentées les fonctions de distribution en vitesses perpendiculaires (a) et parallèles (b) aux parois en fonction de l'énergie en \mathbf{r} (qui ici est désignée par \mathbf{x}) et \mathbf{z} respectivement. Les verticales en pointillés indiquent la barrière de potentiel. Perpendiculairement à la paroi, on remarque un net appauvrissement de la fonction de distribution pour les particules dont l'énergie est supérieure à la barrière de potentiel. On peut donc faire la même observation que précédemment par rapport à l'anisotropie de la fonction de distribution qui reste proche d'une maxwellienne dans la direction parallèle à la paroi. Il faut ajouter que le processus collisionnel dominant dans la gamme d'énergie de 0 à 40 eV (visible sur un profil de sections efficaces non montré ici) est de type élastique. La queue de la distribution n'est donc pas altérée comme c'est

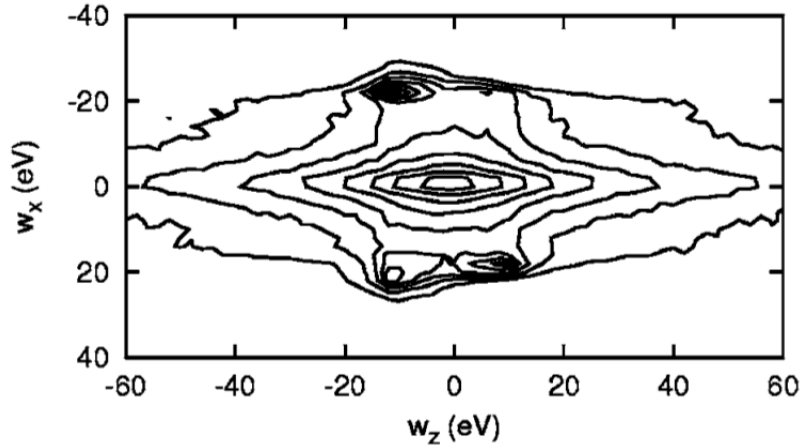


FIG. 1.7: Fonction de distribution prise au milieu du plasma et portée selon les axes \mathbf{r} (ici \mathbf{x}) et \mathbf{z} , d'après Sydorenko et al. [65]

le cas dans la direction \mathbf{r} (ou \mathbf{x}).

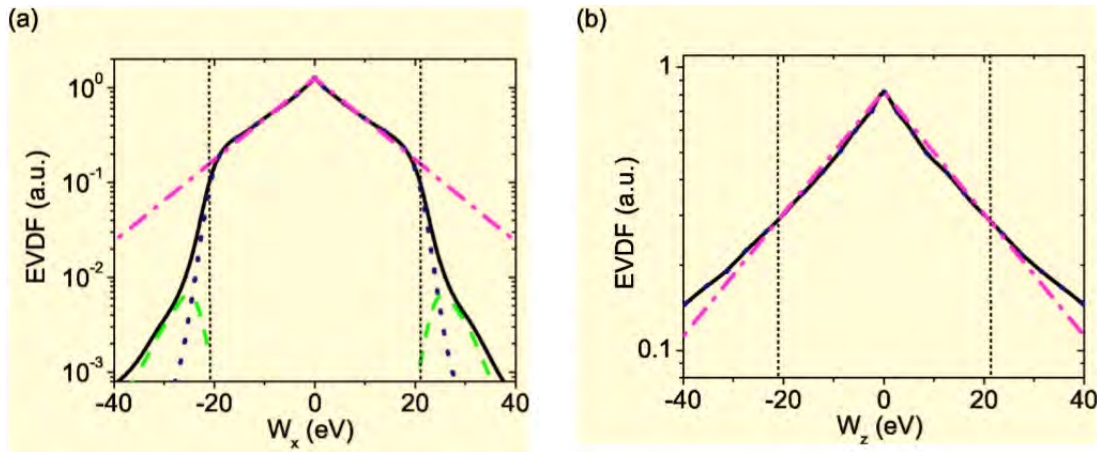


FIG. 1.8: (a) Fonction de distribution des vitesses électroniques (EVDF) radiales en fonction de leur énergie radiale : (en trait continu noir) EVDF totale ; (en pointillés bleus) électrons du plasma ; (en pointillés verts) électrons de l'émission secondaire ; (en trait discontinu magenta) EVDF maxwellienne avec une température radiale $T_r = 10,1$ eV. (b) Fonction de distribution des vitesses électroniques (EVDF) axiales en fonction de leur énergie axiale : (en trait continu noir) EVDF totale ; (en trait discontinu magenta) EVDF maxwellienne avec une température axiale $T_z = 20,1$ eV, d'après Kaganovich et al. [38]

Les auteurs ont, de plus, entrepris une étude paramétrique pour diverses conditions de champ électrique, de champ magnétique, de distance inter-parois, de densité de neutres et de fréquence de collision turbulente ν_t . Ils font l'observation intéressante que les températures électroniques axiales et radiales varient très peu que ce soit avec ou sans émission secondaire. Pour évaluer l'importance de celle-ci, ils dérivent dans un premier temps l'expression du flux électronique atteignant la paroi :

$$\Gamma_e \simeq \frac{H}{8\lambda_e} n_e \sqrt{\frac{8T_{ez}}{\pi m_e}} \exp\left(-\frac{\phi}{T_{ez}}\right) \quad (1.37)$$

n_e est la densité électronique au centre du canal, T_{ez} la température électronique parallèle aux parois, H la distance inter-paroi et λ_e le libre parcours moyen. Le facteur clef de cette équation est le rapport H/λ_e car il est environ égal à 1/100. Ainsi, contrairement à une modélisation fluide telle que celle de Barral et al., le flux électronique est beaucoup plus faible (entre le modèle fluide et le leur, ils notent l'apparition du facteur H qui réduit considérablement le flux à la paroi), générant ainsi moins d'électrons secondaires. Le second point important est que le flux d'électrons secondaires qui atteint la paroi opposée vient s'annuler avec celui provenant de cette même paroi, en supposant que l'intégralité des électrons émis atteint l'autre coté (la probabilité de subir une collision étant faible durant le trajet inter-parois). La contribution de ce flux au flux total atteignant la paroi est donc nulle.

L'autre résultat majeur de cette étude concerne la contribution des électrons secondaires sur le courant axial (near-wall conductivity NWC [52]). Ils observent que pour certaines configurations (de champs, de fréquences de collision et de distance inter-paroi) la part d'électrons secondaires dans le courant axial dépasse 50%. La formulation analytique qu'ils établissent est la suivante :

$$J_{bz} \simeq \frac{m_e}{H} \frac{\gamma_p}{1 - \gamma_b} \sqrt{\frac{T_{ex}}{m_i} \frac{E_z}{B_r^2}} \quad (1.38)$$

γ_p et γ_b sont des coefficients d'émission partiels, dus aux électrons du faisceau d'électrons secondaires (γ_b pour une deuxième émission secondaire créée par des électrons originaires d'une première émission secondaire) ainsi que ceux du plasma γ_p . On note à nouveau la présence de la distance inter-paroi H . Son influence est expliquée comme suit. Un électron émis d'une des parois se fixe sur une ligne de champ et rebondit entre les deux parois suivant un mouvement complexe (mouvement de giration plus déplacement radial illustrés sur la figure 1.9 : l'électron est émis en $z = 0$). Une dérive dans la direction azimutale de type $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ s'ajoute au mouvement précédent. L'énergie de l'électron dans le plan $\mathbf{z} - \theta$ ainsi que son excursion se trouvent donc modifiés par la combinaison de ces deux effets (champ magnétique et dérive). Ce même électron atteignant le mur opposé aura donc une certaine énergie d'impact (donc en lien avec la production d'électron secondaire) et se sera de plus déplacé d'une certaine distance ($|z_{impact}| > z_{initial}$) ; cette dernière étant étroitement liée à sa phase et indirectement à l'écartement des deux parois, à son énergie gagnée et à la valeur du champ magnétique.

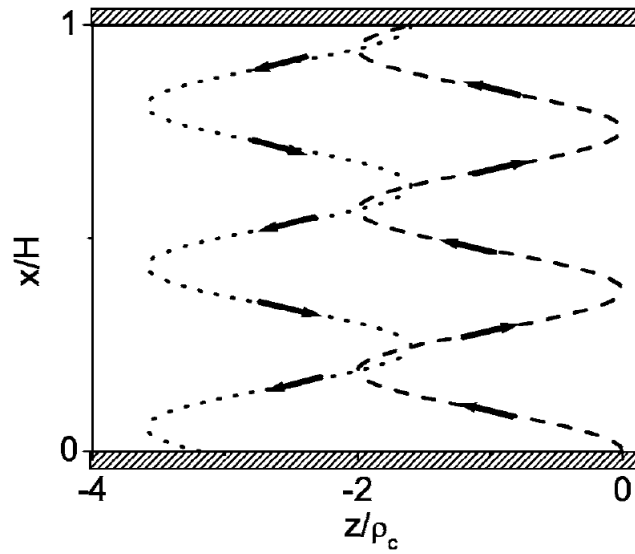


FIG. 1.9: Vue schématique de la trajectoire d'un électron secondaire et de la contribution de celui-ci sur le courant total, d'après Kaganovich et al. [38]

On peut conclure de cette étude que l'apport de la description PIC qui ne présuppose aucune forme de fonction de distribution, permet de montrer l'existence de deux populations d'énergie : une population axiale maxwellienne et une population radiale où la queue de la distribution est tronquée à cause des pertes aux parois. Contrairement à Barral et al., ils observent un flux radial bien plus faible entraînant une création d'électrons secondaires moindre. Ainsi, même si la température du plasma est importante, l'émission secondaire reste dans un régime de non saturation de charge (SCS) remettant en question l'étude de Barral et al.

De plus, l'influence de l'écartement inter-paroi ainsi que d'autres facteurs tels que le champ électrique ou la collisionnalité, est démontrée sur le transport axial. Les électrons secondaires qui rebondissent d'une paroi à une autre gagnent rapidement de l'énergie à travers la vitesse de dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, participant à leur tour à l'émission secondaire. Il en résulte alors un net transport axial visible sur la figure 1.10.

Influence du champ magnétique

Liu et al. ont effectué une étude sur l'influence du gradient de champ magnétique sur le comportement du moteur. Ils ont ainsi défini plusieurs champs B que l'on peut voir sur la figure 1.11.

$$B_r(z) = B_{r0} \left(\frac{z}{l} \right)^\delta \quad (1.39)$$

où B_{r0} est l'intensité du champ magnétique à la sortie et l la longueur du canal. Le

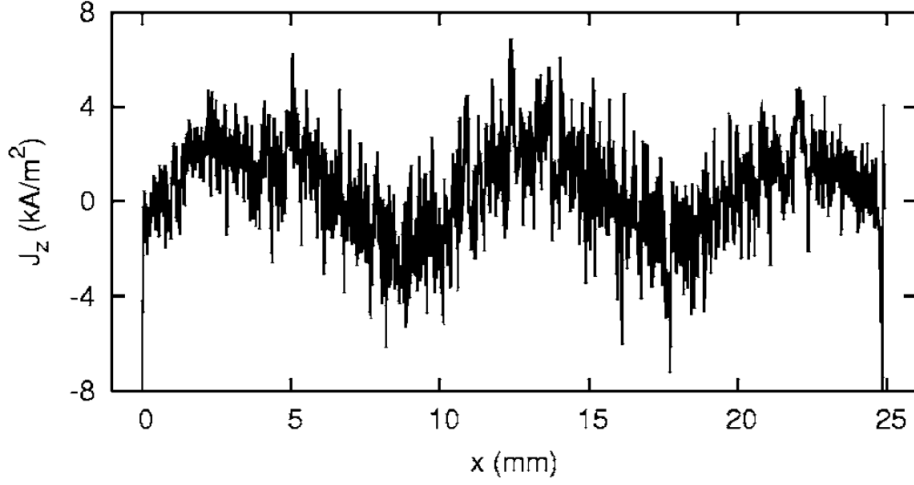


FIG. 1.10: *Modification du profil de la densité de courant dans la direction z . Les parois sont situées en $z = 0$ et $z = 25\text{mm}$ (ici x est équivalent à z), d'après Sydorenko et al. [65]*

gradient de champ magnétique est ajusté en changeant la valeur de δ . Nous reportons sur la figure 1.12 les densités calculées dans le modèle. Comme on peut le voir, une augmentation du gradient se traduit par un déplacement graduel du pic de densité vers la sortie. Lorsque le gradient est trop important, la zone de confinement des électrons devient trop petite pour piéger les électrons et la densité s'effondre.

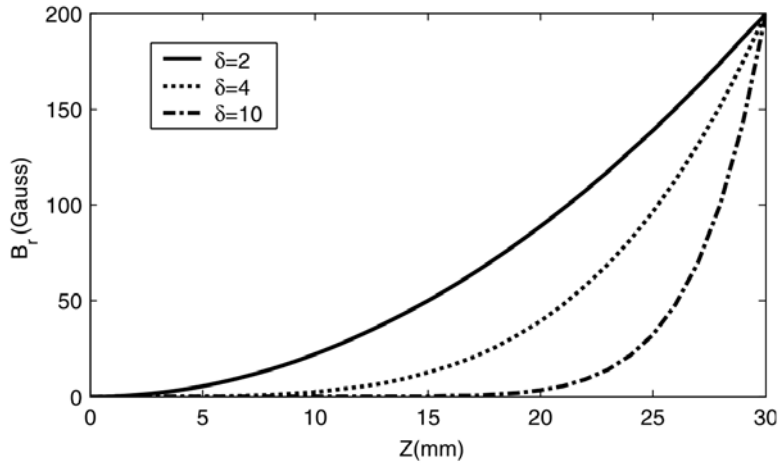


FIG. 1.11: *Différents profils de champs B utilisés. D'après Liu et al. [46]*

A titre de comparaison, on peut mettre en parallèle le profil de densité électronique de la figure 1.12 et le profil de densité électronique obtenu avec le modèle de Adam et al. (cf. Fig. 1.13). D'un point de vue qualitatif, les profils sont très proches et suivent la même tendance. Il faut cependant garder à l'esprit que le champ magnétique diffère en amplitude et en forme, le potentiel appliqué étant identique : 300 V dans les deux cas. Dans la zone de gradient positif du champ magnétique, la baisse de densité est très

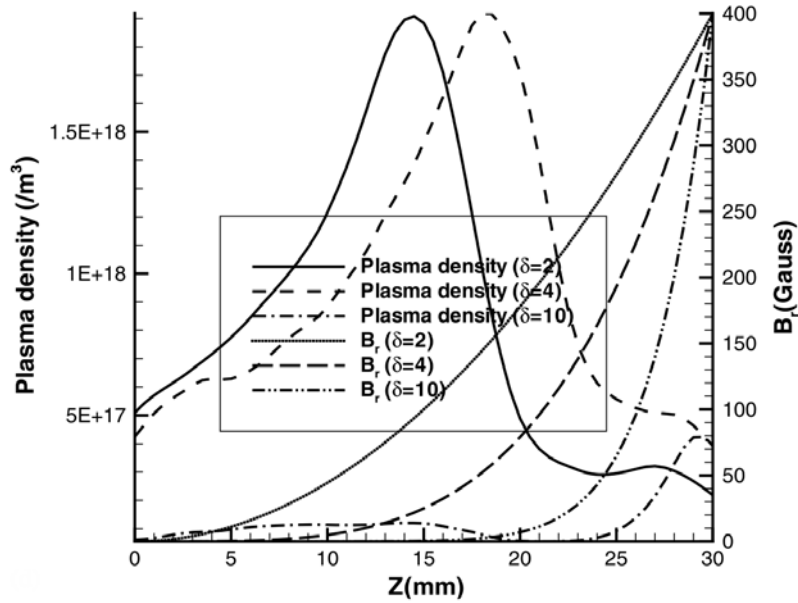


FIG. 1.12: Profils de densité pour différents champs B . D'après Liu et al. [46]

abrupte pour atteindre une valeur approximativement constante jusqu'au bout du canal. Il est intéressant de remarquer que dans le modèle d'Adam et al, bien que le domaine décrit soit plus long et comprenne la décroissance du champ magnétique postérieure au plan de sortie, la tendance de la densité à se fixer sur une valeur pratiquement constante est maintenue.

Onde de dérive haute fréquence

En incluant le modèle d'Adam et al. [4] dans cette étude générale, nous faisons une courte excursion au coeur même de la thèse. C'est en effet ce modèle qui en est l'outil principal et par lequel nous avons débuté. Il sera détaillé plus amplement au second chapitre. Il est le fruit d'un développement d'une dizaine d'années et se place dans le contexte d'un groupement de recherche : le GDR "Propulsion Plasma Pour Système Spatiaux". Ses auteurs, Jean-Claude Adam, Anne Héron et Guy Laval sont membres du Centre de Physique Théorique (CPHT) à l'école Polytechnique à Palaiseau.

L'intuition qui a précédé l'écriture de ce modèle est qu'intégrer la direction azimutale pouvait donner lieu à l'apparition d'une onde de champ électrique. Celle-ci ne pouvant être visible dans les autres configurations qui n'incluent pas l'azimut. Comme cela a été initialement suggéré par Bohm et qui est de plus en plus confirmé pour le propulseur [23, 57], la turbulence plasma pourrait être à l'origine du transport accru des électrons à travers la barrière de champ magnétique : le transport anormal. Auquel cas, le modèle devait être en mesure d'assurer un transport suffisant grâce à l'onde.

Effectivement, les résultats obtenus ont révélé d'une part l'apparition d'une onde de

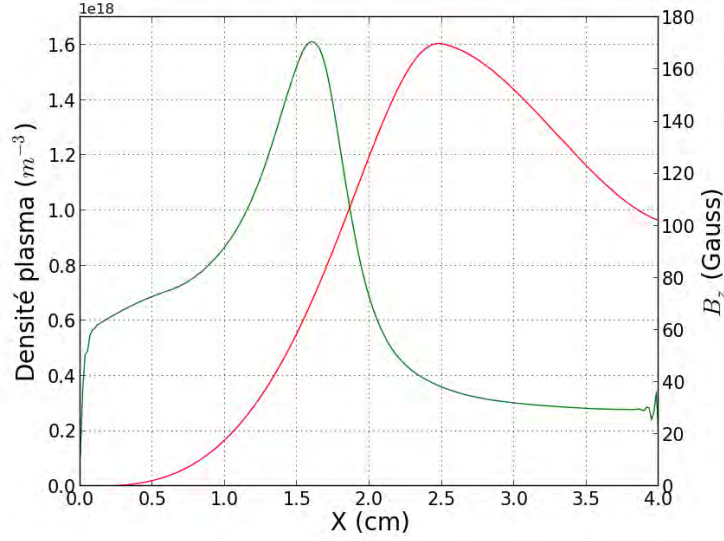


FIG. 1.13: Profil de densité moyenné dans la direction azimutal pendant $300 \mu\text{s}$ (vert) et champ magnétique appliqué (rouge).

champ électrique azimutale (cf. Fig. 1.14) et d'autre part des tendances proches des données expérimentales et des modèles utilisant des coefficients de transport supplémentaires. Ainsi, sous ces conditions, nul besoin d'implémenter un transport artificiel. Les auteurs du modèle fluide présenté en début de chapitre (Knoll et al. [40]) aboutissent à des conclusions identiques : apparition d'une onde de dérive et transport auto-cohérent.

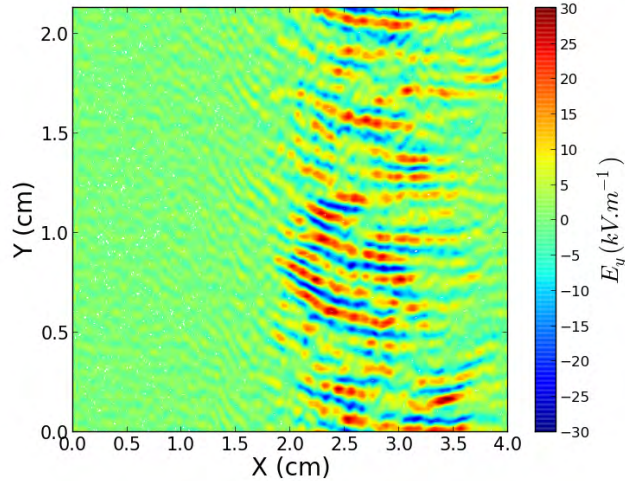


FIG. 1.14: Champ électrique azimutal à un instant donné.

La seconde avancée majeure de ce modèle concerne son schéma numérique. La discrétisation des équations (1.11) et (1.12) se fait habituellement selon un schéma explicite. Ici, il est implicite. Les contraintes numériques sur le pas d'espace et le pas de temps sont

levées : il faut en explicite résoudre la fréquence plasma ω_p et la longueur de Debye λ_d alors qu'en implicite, les contraintes sont imposées par la physique que l'on souhaite observer. Le pas de temps dt est donc fixé par rapport à la fréquence cyclotronique maximum ω_c :

$$dt = \frac{c}{\omega_c} \quad (1.40)$$

où c est une constante égale ici à 0,15.

1.5 La méthode hybride

La méthode hybride est un compromis des deux précédentes méthodes : la méthode PIC et la méthode fluide. Les espèces présentes dans le plasma sont décrites de deux manières différentes : les espèces lourdes de manière cinétique, et les électrons de manière fluide. Il est supposé que les vitesses électroniques suivent une distribution de type maxwellienne. Enfin, les modèles qui vont être décrits se placent sous l'hypothèse de quasi-neutralité soit $n_e = n_i$, permettant de se soustraire à l'équation de Poisson et des contraintes numériques qui y sont liées. Bien entendu, les gaines ne seront alors pas décrites.

Le calcul du champ électrique se base sur une hypothèse initialement énoncée par Morozov qui est que les électrons sont en équilibre de Boltzmann le long des lignes de champ magnétique. Fife [27] l'introduit pour la première fois dans un modèle numérique. Le long des lignes de champs, le terme de force électrique est égal au terme de pression :

$$\frac{\partial n_e k_b T_e}{\partial r} = e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (1.41)$$

où n_e , ϕ et T_e sont la densité électronique, le potentiel électrostatique et la température électronique respectivement. e et k_b sont la charge électrostatique et la constante de Boltzmann. En supposant une température constante le long des lignes de champs, on obtient l'équilibre de Boltzmann :

$$\phi - \frac{k_b T_e}{e} \ln\left(\frac{n_e}{n_0}\right) = \phi^*(\lambda) \quad (1.42)$$

λ est une nouvelle coordonnée qui sert à paramétrer les lignes de champs magnétique et ϕ^* est le potentiel dépendant de cette coordonnée, donc constant le long des lignes.

La loi d'Ohm généralisée (soit l'équation régissant le transport) est finalement modifiée selon cette nouvelle coordonnée et le potentiel réécrit d'après la nouvelle expression (1.42).

1.5.1 Les modèles hybrides et le transport anormal

Nous avons choisi 3 modèles pour illustrer la méthode :

- un modèle 1D (\mathbf{z}) écrit par Boeuf et al. [11]
- un modèle 2D (\mathbf{r}, \mathbf{z}) écrit par Fife [27]
- un modèle 2D (\mathbf{r}, \mathbf{z}) écrit par Hagelaar et al. [33, 34]

L'approche hybride a été introduite pour la première fois par Fife pour modéliser le propulseur. Pour le modèle 1D, une différence par rapport aux autres modèles est à noter sur la description des neutres. Elle n'est pas cinétique mais fluide. Elle se fait à l'aide d'une équation de continuité unidimensionnelle (Eq. 1.3) où le terme source est uniquement un terme de pertes par ionisation.

Mobilité de Bohm

A l'instar de la plupart des modèles précédents, des fréquences de collisions effectives sont ajoutées pour prendre en compte le transport anormal.

La mobilité classique $\mu_{\perp, c}$ qui s'écrit :

$$\mu_{\perp, c} = \frac{e\nu_m/m_e}{\nu_m^2 + (eB/m_e)^2} \approx \frac{m_e\nu_m}{eB^2} \quad (1.43)$$

où B est le champ magnétique et ν_m la fréquence d'échange de quantité de mouvement, étant insuffisante pour assurer un transport proche des résultats expérimentaux, Fife fait appel à une mobilité de Bohm, mobilité qui se base sur l'existence de champs fluctuants aidant au transport :

$$\mu_B = \frac{1}{16B} = \frac{e}{m} \frac{1}{16\omega_c} \quad (1.44)$$

où ω_c est la fréquence cyclotronique.

Cette mobilité se traduit en une fréquence de collisions :

$$\nu_m = (\nu_m)_{neutres} + \nu_B = (\nu_m)_{neutres} + \frac{\omega_c}{16} \quad (1.45)$$

Mobilité de collisions pariétales

Le modèle 1D de Boeuf et al. fait, de la même manière, intervenir la mobilité de Bohm μ_B . Cependant, il lui est aussi possible d'utiliser, au lieu du transport par fluctuations, un transport qui s'opère par collisions électron-paroi (near-wall conductivity (NWC)).

La fréquence de Bohm fait donc place à une fréquence de collisions pariétales :

$$\nu_m = (\nu_m)_{neutres} + \nu_p \quad (1.46)$$

où

$$\nu_p = \alpha \nu_{ref} (s^{-1}) \quad (1.47)$$

et $\alpha = 0,2$ fixé de manière empirique. $\nu_{ref}=10^7 \text{ s}^{-1}$ est une fréquence de référence pour les collisions électron-paroi. De plus, dans ce cas où les parois jouent un rôle, un terme de perte d'énergie est implémenté (pour simuler les conséquences de l'émission secondaire sur l'énergie de l'électron incident).

$$W = \alpha_\epsilon \nu_{ref} \exp\left(-\frac{U}{\epsilon}\right) \quad (1.48)$$

où $\nu_{ref}=10^7 \text{ s}^{-1}$ est à nouveau une fréquence de référence pour les collisions avec les parois, $U=20 \text{ eV}$ est une énergie électronique de référence et α_ϵ est une constante de l'ordre de 1.

Mobilité mixte

Le modèle développé par Hagelaar et al. profite d'une approche novatrice. En effet, la physique responsable du transport n'est pas la même à l'intérieur du canal du propulseur et à l'extérieur : à l'intérieur les collisions électron-neutre et électron-paroi dominant ; dans la plume, le champ azimuthal fluctuant est le principal responsable du transport. On précise qu'il est important d'avoir des valeurs précises du terme de mobilité μ car c'est le paramètre principal qui détermine la distribution du champ électrique ainsi que le courant de décharge.

Pour se rapprocher au plus près des résultats expérimentaux, l'idée des auteurs à donc été de définir des coefficients de transport ainsi que de pertes d'énergie propres à chaque région. On reprend donc les termes de transport précédents mais que l'on applique maintenant à des régions distinctes.

Voyons ceci plus en détails. A l'intérieur du propulseur, la mobilité collisionnelle est modifiée avec l'ajout d'un terme correctif :

$$\mu_\perp = \mu_{\perp,c} + \alpha \left(\frac{m_e \nu_{ref}}{e B^2} \right) \quad (1.49)$$

L'équation (1.45) exprime la même idée en terme de collisions effectives.

A l'extérieur du canal, la mobilité collisionnelle est complétée avec une mobilité de type Bohm :

$$\mu_{\perp} = \mu_{\perp,c} + K \left(\frac{1}{16B} \right) \quad (1.50)$$

où K est un autre paramètre empirique.

Enfin, comme dans le modèle de Boeuf et al., il faut prendre en compte un terme d'énergie perdue supplémentaire à cause des parois, de la même manière qu'il faut prendre en compte le transport anormal. Dans l'équation de l'énergie des électrons, on rajoute donc le terme (1.48) pondéré par un coefficient α_{ε} .

A l'intérieur du canal, les pertes anormales d'énergie sont attribuées aux parois alors qu'à l'extérieur, ce sont plutôt les interactions avec l'onde qui dominant, mais pour ces deux mécanismes, on utilisera le même coefficient W .

Les coefficients réglables K et α s'avèrent avoir une large influence sur le comportement global du moteur comme nous le verrons dans les résultats.

Mobilité semi-empirique

Dans un souci de reproduire au mieux le comportement réel du propulseur, une approche de type semi-empirique a été explorée. Celle-ci repose sur les mesures expérimentales faites sur les propulseurs. L'idée adoptée est qu'à partir de données mesurées, il est possible de reconstruire une mobilité au travers des simulations. Toutes les quantités ne sont pas accessibles à la mesure ; la simulation permet donc de les déduire.

On a relevé deux approches, celle de Koo et Boyd [41] et celle de Garrigues et al. [30, 31].

Dans celle de Koo, la mobilité est reconstruite à travers l'équation de dérive-diffusion² qui s'écrit ainsi :

$$\mu_{e,\perp} = \frac{-j_{e,\perp}}{en_e \left(E_{\perp} + \frac{1}{n_e} \nabla_{\perp} p_e \right)} \quad (1.51)$$

e est la charge élémentaire. L'expérience permet de connaître le potentiel plasma (d'où le champ électrique perpendiculaire aux lignes de champ magnétique E_{\perp}), la densité plasma n_e et la température électronique (pour le terme de pression p_e qui nécessite aussi

2. L'équation dite de dérive-diffusion s'écrit à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, où les termes d'inertie temporelle et spatiale sont négligés par rapport aux termes collisionnel et magnétique.

n_e). La densité de courant électronique $j_{e,\perp}$ est déduite des mesures de densité de courant ionique. Une fois cette mobilité calculée, elle est implémentée dans le modèle. La poussée, l' I_{sp} , le courant de décharge et l'efficacité sont comparés aux mesures expérimentales. De cette étude, il sort qu'il est difficile pour les auteurs de retrouver toutes ces mesures simultanément. Il s'avère même que des mobilités mixtes (basées sur les collisions aux parois à l'intérieur et Bohm à l'extérieur) donnent de meilleurs résultats pour certains paramètres. La qualité des mesures expérimentales peut en être la raison étant donné que les diagnostics utilisés sont intrusifs et induisent des perturbations sur les mesures.

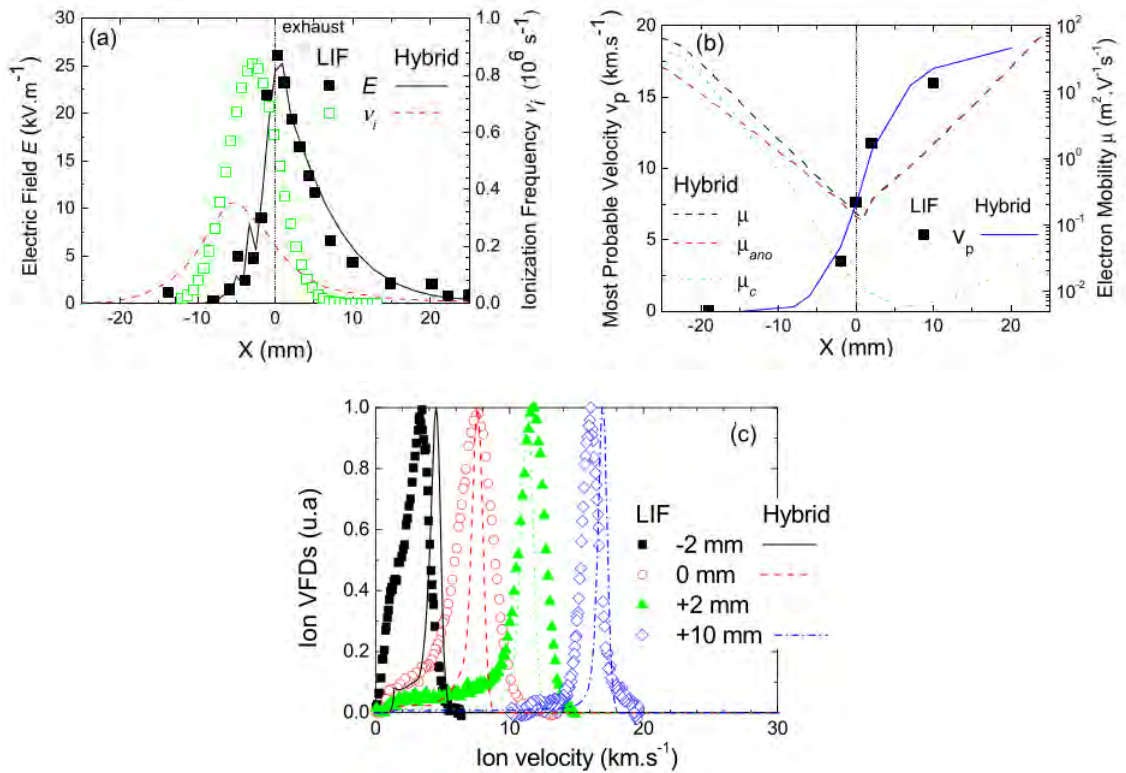


FIG. 1.15: *Profils moyennés en temps le long de l'axe à une position radiale de 4 mm sur le mur interne de : (a) le champ électrique et la fréquence d'ionisation déduites des mesures LIF et du modèle hybride et (b) la mobilité électronique perpendiculaire au champ magnétique et la vitesse ionique la plus probable mesurée et calculée. En (c) sont représentées les fonctions de distribution ioniques mesurées par LIF et calculées par le modèle hybride. Le modèle du propulseur est le PPS[®] 100-ML. D'après Garrigues et al. [30]*

L'approche de Garrigues et al. est plus précise car elle repose sur des mesures faites à l'aide de diagnostics non intrusifs : la LIF (Laser Induced Fluorescence). Celle-ci donne accès à la fonction de distribution en vitesses des ions. Une méthode récemment mise au point permet, à partir des résultats de la LIF, de déduire le champ électrique et la fréquence d'ionisation. Brièvement, cette méthode est basée sur le calcul des moments de l'équation de Boltzmann et décrite de manière détaillée dans la référence [58]. Une fois le champ électrique connu, la mobilité est ajustée dans le modèle afin de faire concorder le

champ électrique calculé (à partir d'un profil de mobilité donné) avec celui de l'expérience. Ces résultats sont visibles sur la figure 1.15.

La vitesse ionique la plus probable calculée avec le modèle, concorde bien avec les mesures (cf. Fig. 1.15 (b)). Cependant, comme on peut le voir en (c), le modèle peine à reproduire correctement la dispersion des fonctions de distribution. Les raisons avancées sont que le pic d'ionisation calculé est décalé par rapport à celui mesuré, visible en (a) et que son amplitude diffère d'un facteur 2. Afin de capturer la variation spatiale et temporelle des fonctions de distributions, les auteurs ont comparé les mesures résolues en temps du champ électrique et du terme source d'ionisation. En effet, leurs positions respectives sont responsables de la vitesse que les ions acquièrent en sortie du propulseur. Bien que l'amplitude du pic varie avec le temps dans le modèle, sa position reste fixe. Ceci est en contradiction avec les mesures qui font apparaître un déplacement du champ électrique au-delà du plan de sortie. Les mesures des vitesses ioniques les plus probables sont cependant en bon accord avec celles mesurées.

Ces méthodes semi-empiriques que nous venons de décrire permettent de reproduire plus précisément le fonctionnement du moteur. Néanmoins, les mobilités calculées sont figées dans le temps, empêchant de ce fait des variations temporelles susceptibles d'apparaître.

1.5.2 Résultats

Mode de respiration

Le modèle 1D [11] a été écrit pour mieux comprendre les oscillations basses fréquences (20 kHz) qui apparaissent sur le courant d'ions. Le domaine est orienté selon l'axe du moteur et est limité par l'anode d'un côté et par le plan de sortie de l'autre.

Comme nous l'avons dit précédemment, les auteurs ont prévu la possibilité d'utiliser l'un ou l'autre des processus de transport anormal. Dans l'étude qui est résumée ci-dessus, seul la fréquence de collisions pariétales est utilisée. Quelques mots seront donnés sur l'influence du coefficient α (cf. Eq. (1.47)) et sur l'utilisation d'une fréquence de Bohm à la place d'une fréquence de collisions pariétales.

Sur la figure 1.16 est tracé le courant ionique de sortie. L'amplitude de ces oscillations ainsi que leur fréquence dépend du potentiel appliqué (cf. Fig. 1.17) mais aussi de la valeur du champ magnétique (non tracé ici).

Ces oscillations sont la signature du breathing mode (mode de respiration) ou mode d'ionisation. Son origine est la suivante : on rappelle qu'à cause du champ magnétique fort en sortie, la conductivité est basse et un champ électrique résultant se crée. Les électrons piégés et soumis au champ électrique gagnent suffisamment d'énergie pour ioniser le gaz. Cela a pour conséquence de faire reculer la densité de gaz à mesure que les électrons

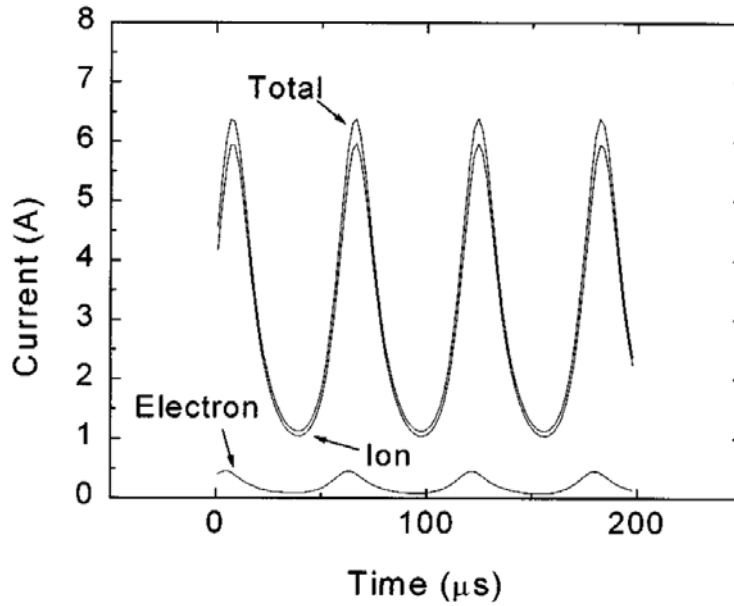


FIG. 1.16: *Evolution temporelle du courant total, du courant d'électrons et du courant d'ions en sortie. D'après Boeuf et al. [11]*

vont l'ioniser. La figure 1.18 montre l'évolution temporelle et spatiale du gaz. On voit le gaz reculer puis avancer de nouveau. En effet, après cette première phase d'ionisation, le front de neutre atteint une zone de champ magnétique plus faible où le champ électrique, l'énergie électronique moyenne et donc le taux d'ionisation sont plus faibles. La densité plasma en sortie décroît alors rapidement. Ainsi, le flux d'électrons atteint un minimum, flux insuffisant pour ioniser les neutres. Les atomes de neutres reviennent donc dans la zone de champ fort où le champ électrique est important. Le taux d'ionisation augmente petit à petit et le processus précédemment décrit redémarre.

Pour terminer, il est observé que changer α (renforcer ou diminuer l'influence du transport pariétal) permet de faire osciller le courant de décharge ou au contraire de le rendre stationnaire. Lorsque le coefficient devient important ($\alpha > 0,3$), les oscillations s'amortissent. Cela s'explique par le fait que dans ce cas, la contribution des collisions électron-paroi sur la conductivité électronique devient dominante et la mobilité devient de moins en moins fortement dépendante de la densité de neutre. Dans ce cas, la baisse de la densité d'atomes en sortie affecte moins le transport électronique et les oscillations sont amorties.

L'influence de la mobilité sur le mode d'oscillation est aussi observée dans le modèle 2D de Hagelaar et al. En jouant sur K et α pour renforcer ou diminuer le transport anormal à l'intérieur et à l'extérieur, les auteurs ont montré que les oscillations sont plus prononcées lorsque la zone d'accélération s'étend à l'extérieur du moteur. Ces cas correspondent à une conductivité plus faible à l'extérieur qu'à l'intérieur. Cependant, expérimentalement,

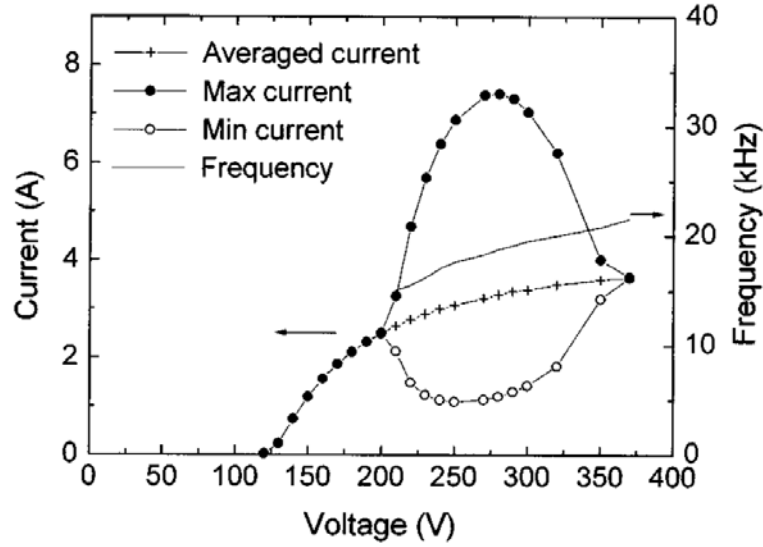


FIG. 1.17: Valeurs minimum et maximum du courant total, et fréquence d'oscillations en fonction de la tension appliquée. D'après Boeuf et al. [11]

l'inverse est observé: le potentiel chute fortement à l'intérieur du propulseur (soit au minimum 1/3 de l'accélération a lieu à l'intérieur). La mobilité à l'intérieur doit donc être plus faible qu'à l'extérieur. Ils ont de plus confirmé qu'une augmentation de la tension de décharge renforce les oscillations et font rentrer ces dernières dans un régime pulsé et non plus sinusoïdal.

Oscillations de temps de transit

Un des points remarquables des modèles de Hagelaar et al. et de Fife est la taille du domaine. Il décrit l'intérieur du moteur et s'étend dans la plume jusqu'à plusieurs centimètres axialement. La description hybride permet de décrire une surface aussi importante en un temps de calcul raisonnable. L'avantage est qu'on peut maintenant observer des phénomènes qui prennent naissance à l'intérieur et qui se déplacent à l'extérieur du moteur.

C'est le cas des oscillations de temps de transit (transit-time oscillations en Anglais) visibles sur la figure 1.19. La fréquence de ces oscillations est de 100-200 kHz ce qui est l'inverse du temps que prennent les ions pour traverser la zone d'accélération, d'où la dénomination. Elles ont lieu lorsque le champ électrique accélérateur se met à osciller spatialement. Les ions qui traversent ce champ subissent son effet vibratoire et rentrent en résonance lorsque le champ accélérateur se déplace dans le même sens que leur direction de propagation. Ils peuvent alors gagner plus d'énergie que la chute de potentiel ne l'autorise. A l'inverse, ceux qui voient le champ se déplacer dans un sens opposé à leur mouvement ne bénéficient pas de toute la chute de potentiel. Il se crée alors deux populations d'ions,

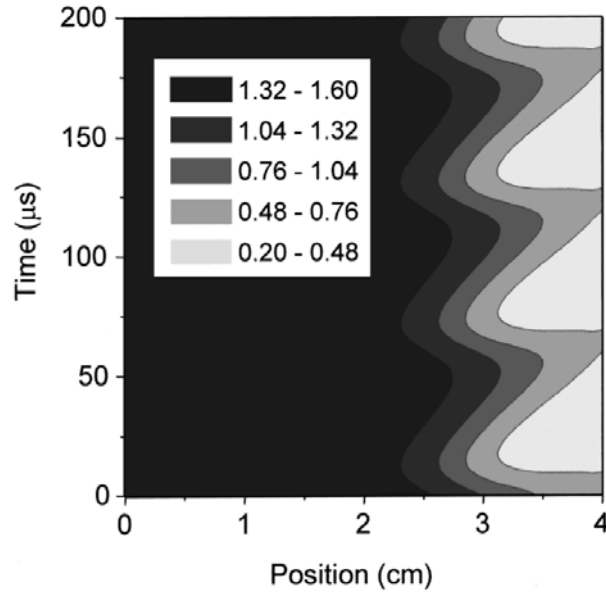


FIG. 1.18: *Contours de densité de neutres en fonction de l'espace et du temps. L'unité est 10^{13} cm^{-3} . D'après Boeuf et al. [11]*

une chaude qui profite de l'effet de "surf" sur le champ accélérateur et la seconde froide, rattrapée et dépassée par la première population. Enfin, ce phénomène oscillatoire est entretenu car la perturbation de densité plasma et de flux ionique crée en retour une perturbation de la distribution du potentiel électrique qui vient alimenter l'oscillation initiale.

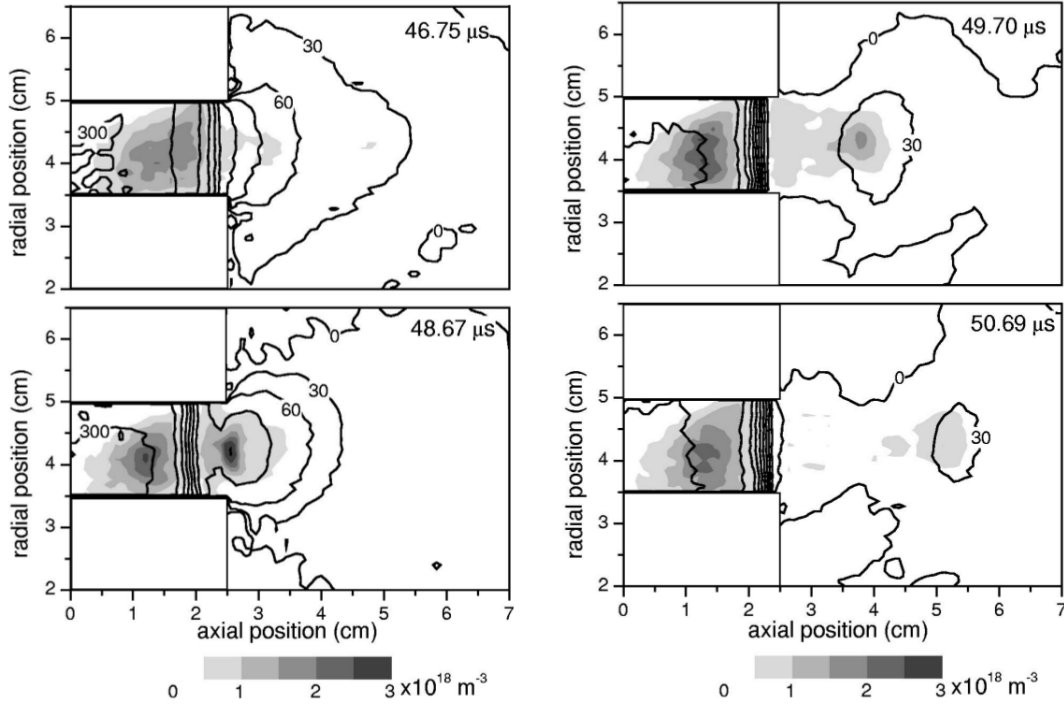


FIG. 1.19: *Profils spatiaux du potentiel électrique (les contours) et de la densité (en niveau de gris) pendant une oscillation de temps de transit, d'après Hagelaar et al. [34]*

1.6 Conclusion

Ce chapitre introductif nous a permis de présenter quelques phénomènes physiques importants du moteur afin que le lecteur puisse mieux cerner son fonctionnement : le mode de respiration, les oscillations de temps de transit, les oscillations de dérive azimutale haute fréquence et les phénomènes de gaine. Nous avons séparé les modèles par leur approche numérique en insistant sur la problématique du transport : transport pariétal et transport fluctuant. Certaines configurations géométriques et méthodes employées ne permettant pas l'établissement d'une conductivité suffisante, nous avons présenté différentes manières de l'assurer à l'aide de fréquences de collisions artificielles. Nous avons aussi montré que la méthode numérique employée pouvait accroître le transport. C'est le cas du scaling géométrique qui renforce l'influence des parois. C'est aussi le cas du modèle 1-dimension de Barral et al. qui, en l'absence d'une description auto-cohérente de la fonction de distribution exagère l'influence des parois en prédisant un flux électronique plus important.

Le transport fluctuant a été illustré à l'aide de deux modèles (\mathbf{z}, θ) , un modèle fluide et un modèle PIC. Il a été remarqué que sous cette géométrie et grâce au développement d'une onde de champ azimutal, il n'était pas nécessaire d'avoir recours à des artifices numériques pour générer un transport suffisant. Cependant, la compréhension de ce type de transport ainsi que l'origine de l'onde divise la communauté. Le modèle PIC implicite,

brèvement présenté dans ce chapitre va nous aider à apporter des éléments de réponse sur cette problématique. Un équivalent explicite utilisant la méthode de scaling sur la permittivité du vide, présentée dans ce chapitre viendra compléter ce dernier. Nous allons donc maintenant les détailler tous deux dans le prochain chapitre.

Chapitre 2

Un modèle du propulseur

Sommaire

2.1	Introduction : choix de l'espace et hypothèses de départ . .	43
2.1.1	Domaine de calcul	43
2.1.2	Condition aux limites	44
2.1.3	Champ appliqué	45
2.2	Description des méthodes PIC employées	45
2.2.1	Formulation explicite	46
2.2.2	Formulation implicite	64
2.3	Techniques de parallélisation	73
2.3.1	Décomposition de domaine	74
2.3.2	Décomposition de particules	75
2.3.3	Discussion	79
2.3.4	Supercalculateurs	81
2.4	Conclusion	82

2.1 Introduction : choix de l'espace et hypothèses de départ

2.1.1 Domaine de calcul

Comme nous l'avons vu dans le chapitre introductif, le propulseur à effet Hall peut se schématiser par deux cylindres coaxiaux entre lesquels se trouve un plasma. La majorité des modèles à 2-dimensions cités dans le chapitre 1 réduisent l'espace au plan (\mathbf{r}, \mathbf{z}) (cf. 1.1). Un des défis relevé par ce modèle-ci est de révéler le caractère fluctuant du champ azimutal et comme nous l'étudierons par la suite, son influence sur le transport anormal.

Le choix s'est donc imposé de décrire l'espace (\mathbf{r}, θ) , à savoir de prendre en compte l'azimut. Le domaine est visible sur la figure 2.1. Il couvre une section limitée d'azimut et non la circonférence pour des considérations de temps de calcul.

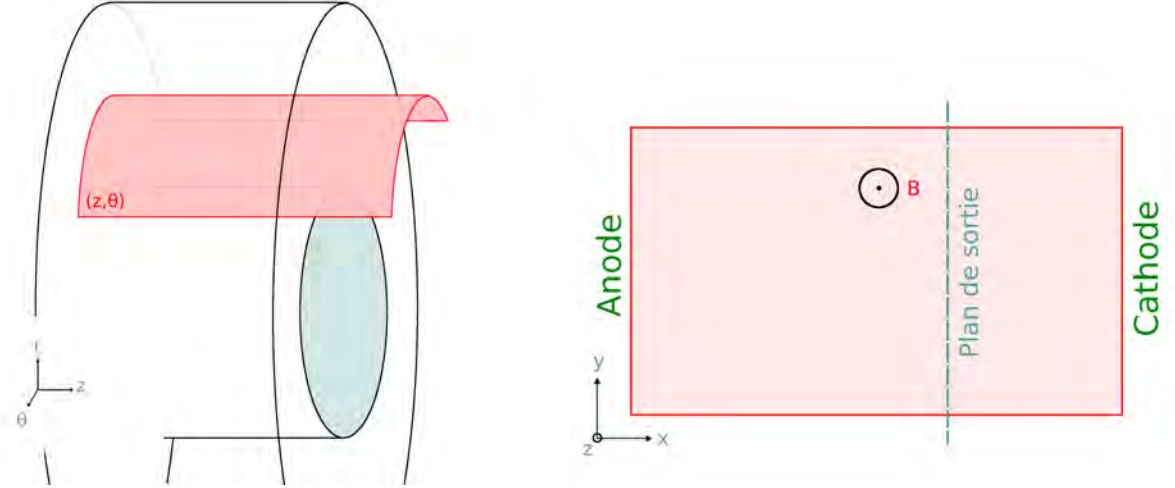


FIG. 2.1: *Domaine de calcul mis en perspective dans le moteur (gauche) et domaine projeté dans le plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) (droite). La direction du champ magnétique B_z est indiquée de même que la position de l'anode, de la cathode et du plan de sortie.*

Les axes ont été renommés et par \mathbf{x} on désigne l'axe du propulseur et par \mathbf{y} on désigne l'azimut. \mathbf{z} est la troisième direction soit le rayon. Le système de coordonnées choisi est le système cartésien car il est plus aisé à manipuler. Les dimensions du domaine sont de 4 centimètres en \mathbf{x} et de 2,1 centimètres en \mathbf{y} .

2.1.2 Condition aux limites

Le domaine étant posé, il faut maintenant nous intéresser à ce qui se passe au niveau des frontières.

Dans la direction \mathbf{y} : afin de conserver le caractère cylindrique du moteur, les trajectoires sont continuées lorsque les particules franchissent la limite \mathbf{y} . Celles-ci sortant par l'un ou l'autre des cotés du domaine sont en effet réintroduites par le coté opposé. La position en y de la particule est soustraite ou ajoutée à la longueur azimutale du domaine : $y_{\text{nouveau}} = y_{\text{ancien}} \pm y_{\text{long}}$ où y_{long} est la longueur considérée d'azimut. Les autres composantes de position ainsi que les vitesses restent inchangées.

Concernant le calcul du potentiel, on applique des conditions périodiques. Cela revient à garantir la continuité du potentiel en \mathbf{y} lors de la résolution de l'équation de Poisson. On vérifie : $\varphi(y) = \varphi(y + y_{\text{long}})$.

Dans la direction \mathbf{x} : les particules sortantes sont éliminées du domaine. Pour le po-

tentiel, on applique des conditions de Dirichlet. Cela signifie qu'à l'anode (cf. Fig. 2.1), une valeur est imposée (typiquement 300 V) et qu'à la cathode, le potentiel est fixé à 0.

2.1.3 Champ appliqué

Le seul champ extérieur appliqué est le champ magnétique (typiquement 170 G). C'est un champ mono-dimensionnel suivant la direction \mathbf{z} et il sera noté \mathbf{B}_z . Son profil est visible sur la figure 2.2. Son maximum correspond au plan de sortie situé à 2,5 cm.

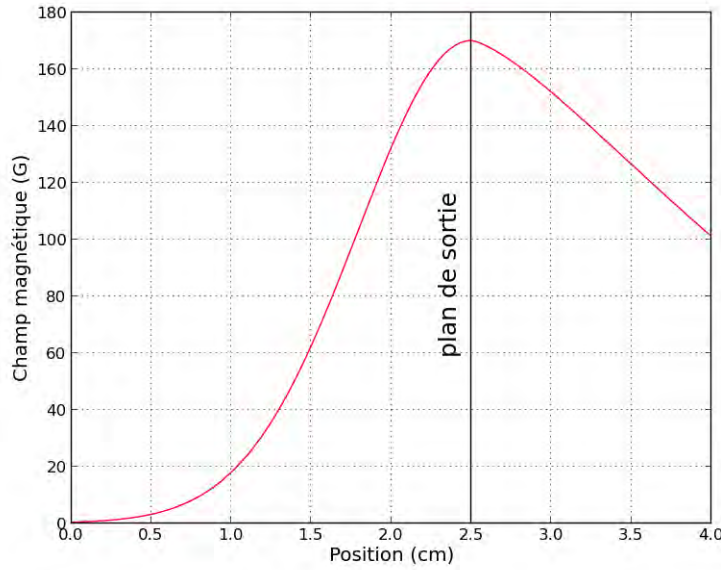


FIG. 2.2: Profil type de champ magnétique appliqué.

2.2 Description des méthodes PIC employées

Nous allons décrire dans cette section les étapes de réalisation des modèle PIC utilisés durant cette thèse. Nous l'avons divisée en deux sous-parties qui correspondent à deux formulations de la méthode PIC : la formulation **explicite** et la formulation **implicite**. Toutes deux ont été employées dans deux codes séparés afin de prendre du recul par rapport au schéma numérique implémenté.

Par ailleurs, nous rappelons que le code PIC dont nous avons pris possession a été conçu à l'origine au CPHT par J.C. Adam, A. Héron et G. Laval [4] avec une discrétisation **implicite** des trajectoires. Nous avons modifié par la suite les équations du mouvement suivant un schéma **explicite** et nous avons appliqué la méthode de scaling sur la permittivité du vide introduite section 1.4.2.

L'étude bibliographique nous a amenés à étudier deux méthodes implicites : la méthode implicite directe et la méthode des moments. La méthode implicite directe est celle qui est implémentée dans le code et que nous allons décrire en détails. Néanmoins, pour enrichir cet exposé, nous aborderons également la méthode des moments, en précisant les grandes lignes de cette méthode.

2.2.1 Formulation explicite

Nous rappelons le système à résoudre à 3 dimensions : seconde équation de Newton et dérivée temporelle des vitesses pour calculer les trajectoires, complétées de l'équation de Poisson pour le calcul du champ électrique.

$$\begin{cases} m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_{\alpha,p}}{dt} = q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{\alpha,p} \times \mathbf{B}) \\ \frac{d\mathbf{r}_{\alpha,p}}{dt} = \mathbf{v}_{\alpha,p} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\Delta\varphi = - \sum_{\alpha} \frac{\rho_{\alpha}}{\varepsilon_0} \quad (2.2)$$

m est la masse de la particule de type α , $q = \pm e$ la charge de α avec e la charge élémentaire, \mathbf{r} et \mathbf{v} les vecteurs positions et vitesses, \mathbf{E} et \mathbf{B} les vecteurs champ électrique et champ magnétique. Les indices p et α désignent respectivement le numéro de la macro-particule et la nature de la particule. Dans la suite de ce chapitre et par souci de simplicité, nous nous en tiendrons la plupart du temps à des formes analytiques unidimensionnelles. Pour résoudre le système composé de (2.1) et (2.2), on se projette sur une grille spatiale et temporelle. D'équations continues on passe à des formes discrètes. On introduit alors un pas d'espace noté à une dimension Δx et un pas de temps Δt . Le processus de résolution se fait suivant le schéma exposé Fig.2.3.

On note plusieurs étapes :

- mouvements des particules (eq.(2.1))
- interpolation de la densité de charges
- calcul du champ électrique (eq. (2.2))
- collisions
- injection

L'apparition de l'étape d'interpolation de la densité de charges est liée au fait que les quantités macroscopiques (déduites des quantités microscopiques) sont calculées sur une grille d'espace. Ainsi, après avoir déplacé les particules, on concentre l'information

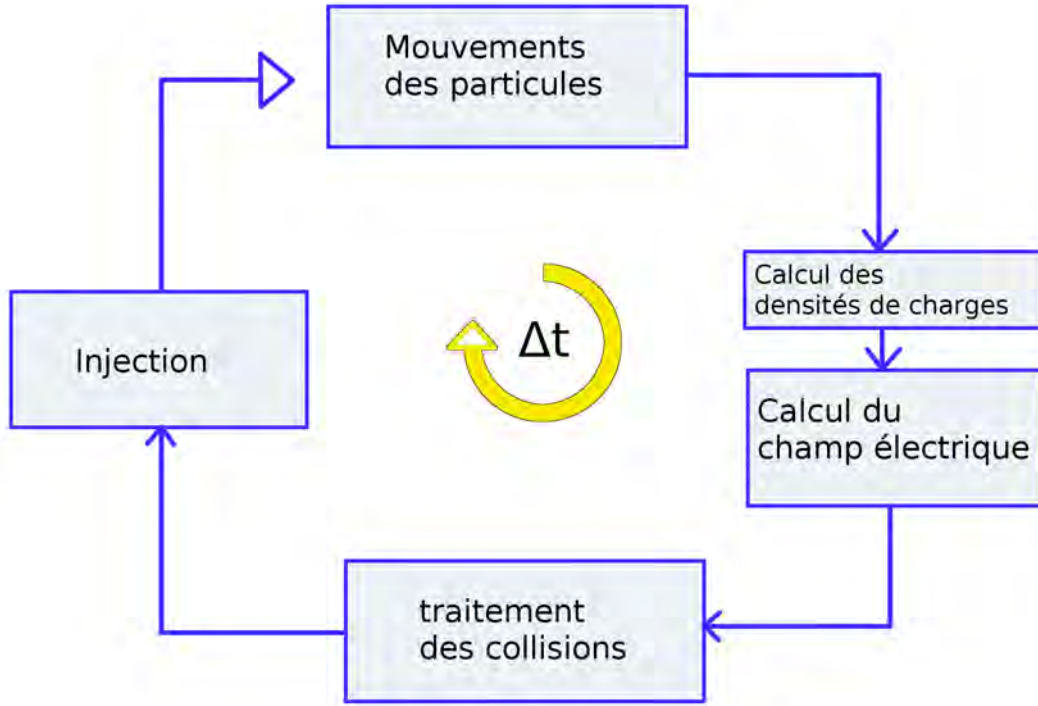


FIG. 2.3: Cycle effectué durant un pas de temps dans une simulation PIC explicite.

de charges sur les nœuds de la grille à l'aide d'un facteur de convolution spatial (détaillé plus loin). Le champ électrique est lui aussi calculé sur les nœuds, puis est soumis au processus inverse qui consiste à interpoler sa valeur sur les particules environnantes, à l'aide de ces mêmes facteurs de forme. Enfin l'étape d'injection permet de simuler la cathode du propulseur et d'injecter des électrons dans le système.

Mouvement des particules

La discrétisation se fait suivant un schéma centré saute-mouton (leap-frog en Anglais). n désigne le numéro du cycle et m la position sur la grille. Par souci de clarté nous avons omis les indices α et p . Il faut seulement garder à l'esprit que ce système est calculé pour chaque macro-particule de chaque espèce.

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E}_n + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \mathbf{B}_n \right) & (2.3a) \\ \frac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{\Delta t} = \mathbf{v}_{n+1/2} & (2.3b) \\ \frac{\varphi_{n+1}^{m+1} - 2\varphi_{n+1}^m + \varphi_{n+1}^{m-1}}{\Delta x^2} = -\frac{\rho_{n+1}^m}{\varepsilon_0} & (2.3c) \end{cases}$$

Comme on peut le voir Fig. 2.4, les quantités \mathbf{x} , \mathbf{F} (qui est un terme de force) et \mathbf{v}

ne sont pas connues aux mêmes instants. Pour calculer \mathbf{v} au temps $n + 1/2$ (Eq. (2.3a)), on utilise le vecteur force \mathbf{F} calculé à l'instant n précédent. Puis une fois \mathbf{v} connu, on avance les particules au temps $n + 1$ (Eq. (2.3b)). On calcule enfin le potentiel résultant (Eq. (2.3c)) grâce à la densité de charges en $n + 1$. Celui-ci une fois connu permettra de calculer le nouveau terme de force. On rappelle qu'entre l'équation (2.3b) et l'équation (2.3c) s'intercale l'étape d'interpolation de la densité de charges.

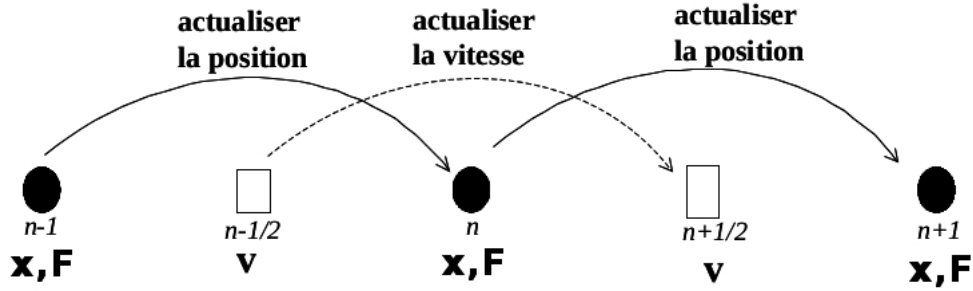


FIG. 2.4: Schéma de discrétisation des équations du mouvement.

Il nous faut apporter quelques précision sur la stabilité du schéma. Celui-ci est stable pour $\omega_0 \Delta t \leq 2$ où ω_0 est la fréquence la plus grande qu'il faut résoudre. En explicite, cette fréquence est la fréquence plasma ω_p . En pratique, une valeur de Δt vérifiant $\omega_p \Delta t \leq 0,3$ s'impose pour garantir une bonne précision. Nous sommes descendus jusqu'à 0,05.

Densité de charges et interpolation des champs

Les charges individuelles réparties sur tout le domaine sont déposées sur les nœuds de la grille à partir desquels on définit les quantités macroscopiques : c'est l'étape d'interpolation. Pour la densité, elle se fait d'après l'équation (2.4). On se place à une dimension et i indique l'indice du nœud considéré :

$$\rho_i = \sum_{\alpha} \sum_p q_{\alpha} W(x_i - x_p) \quad (2.4)$$

W est appelé facteur de forme. x_i indique la position du nœud i et x_p la position de la particule p . En fonction de la distance qui sépare la particule du point de grille, le facteur de forme renseigne sur la fraction de charges à déposer sur les nœuds avoisinants. Sur la figure 2.5 sont représentés différents facteurs de forme de l'ordre 0 à 2.

L'ordre 0 est appelé NGP (Nearest Grid Point). Si la particule de type α est dans la cellule entourant le point de grille i ($x_{i-1/2} < x_p < x_{i+1/2}$), $\rho_i = q_{\alpha}$ sinon $\rho_i = 0$.

L'ordre 1 est appelé CIC (Cloud In Cell). C'est une interpolation linéaire qui s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \rho_i = q_\alpha \left(1 - \frac{x_p - x_i}{\Delta x} \right) \\ \rho_{i+1} = q_\alpha \left(\frac{x_p - x_i}{\Delta x} \right) \end{cases}$$

Cet ordre d'interpolation est celui qui est le plus couramment utilisé et qui est implémenté dans notre modèle. Il est aussi possible de poursuivre vers des ordres supérieurs : l'ordre 2, appelé TSC (Triangular Shape Cloud) fait appel lui, à des splines quadratiques. Son utilisation est limitée à cause d'un nombre accru d'opérations par particule qu'une telle interpolation implique.

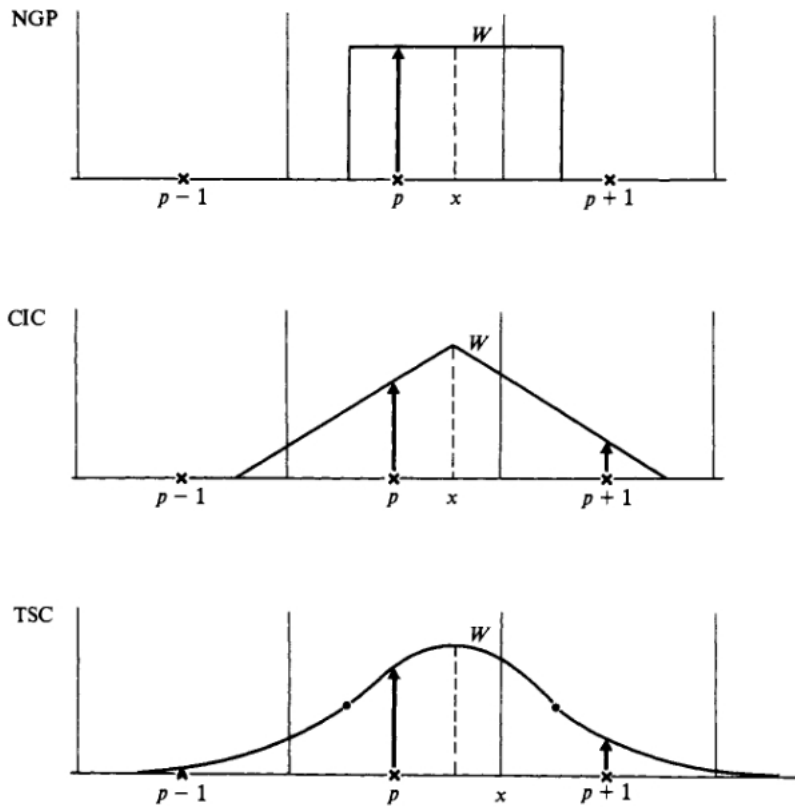


FIG. 2.5: Facteurs de forme jusqu'à l'ordre 2. L'interpolation fait intervenir davantage de nœuds à mesure que l'on raffine le facteur de forme. D'après Hockney et Eastwood [37].

Monter en ordre permet donc d'adoucir l'interpolation en faisant intervenir davantage de nœuds voisins. Le profil de densité sera alors plus lisse d'un nœud à l'autre, et le bruit numérique sera réduit. Il est intéressant de remarquer que l'introduction d'une grille spatiale modifie l'image que l'on a des particules. La particule ne doit pas être vue comme une entité qui n'a d'existence qu'à l'endroit de sa position (définie par une coordonnée x) mais qui, grâce au facteur de forme, possède aussi une action à distance (cf. Fig. 2.5).

En effet, à l'échelle de la grille, les particules ponctuelles deviennent des particules de taille finie qui ont une extension spatiale et pouvant donc s'étaler sur plusieurs mailles. Celles-ci se déplacent et se superposent créant alors des zones plus ou moins denses. D'un nœud à un autre, la variation de densité est moins abrupte à mesure que l'on monte en ordre. Cette interprétation est détaillée par Hockney et Eastwood [37].

Nous nous sommes concentrés sur la densité mais la procédure décrite ci-dessus est identique pour l'opération inverse d'interpolation des quantités de grille sur les particules. Elle se réalise de la même manière comme on peut le constater dans le système d'équations (2.5) pour les champs électrique et magnétique.

$$\begin{cases} \mathbf{E}(x_p) = \sum_i \mathbf{E}_i W(x_i - x_p) \\ \mathbf{B}(x_p) = \sum_i \mathbf{B}_i W(x_i - x_p) \end{cases} \quad (2.5)$$

Calcul du potentiel et du champ électrique

Une fois la densité de charges connue aux nœuds, nous sommes en mesure d'en déduire le potentiel résultant. Cela revient à résoudre l'équation de Poisson (2.3c). C'est une EDP (équation aux dérivées partielles) elliptique du second ordre qui s'écrit sous la forme :

$$A\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.6)$$

où A est la matrice des coefficients de l'opérateur, \mathbf{u} et \mathbf{f} des vecteurs. \mathbf{f} sera désigné comme le membre de droite et \mathbf{u} la solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques alliant rapidité et précision pour la résoudre. Nous en présentons quelques unes : résolution par analyse de Fourier, méthode multigrille géométrique et enfin, méthode multigrille algébrique. Ce que nous appelons "solveur" est la partie du code dédiée à la résolution de l'équation de Poisson.

La résolution par analyse de Fourier [36] est la méthode qui était implémentée lorsque nous avons pris possession du code. Nous avons constaté des temps excellents de résolution car le solveur était parallélisé en OpenMP (voir la section 2.3.1). Cependant, lorsque nous avons souhaité démarrer des simulations avec des valeurs de champ magnétique et tension appliquée autres que celles considérées à l'origine, le solveur s'est avéré très capricieux et la méthode de Fourier itérative ne convergeait plus.

Cela nous a donc poussés à envisager d'autres moyens de résolution. AGMG [56] et Pardiso [63] ont retenu notre attention. Ils reposent pour le premier sur la méthode multigrille algébrique et pour le second sur l'inversion de matrice de type LU, méthodes que nous allons détailler. Commençons dans un premier temps par présenter la résolution par analyse de Fourier.

Résolution par analyse de Fourier

L'équation de Poisson à 1-dimension s'écrit :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x) = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0} \quad (2.7)$$

Lorsqu'elle est discrétisée, on obtient l'équation (2.3c). La difficulté de résolution de cette équation réside dans la dérivée seconde au membre de gauche. En exprimant les quantités φ et ρ dans l'espace de Fourier, on peut facilement lever cette difficulté. On suppose cependant que φ et ρ possèdent des limites périodiques.

La transformée de Fourier discrète s'écrit, pour la quantité f dépendant à 1 dimension de la coordonnée x :

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) e^{2i\pi x \frac{k}{N}}$$

pour $0 \leq k \leq N$ où k est le nombre d'onde et N est le nombre de points de grille.

L'équation de champ (2.7) devient dans l'espace de Fourier :

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\varphi(k) e^{2i\pi x \frac{k}{N}} \right] = -\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\rho(k)}{\varepsilon_0} e^{2i\pi x \frac{k}{N}} \quad (2.8)$$

$$\varphi(k) \left(\frac{2i\pi k}{N} \right)^2 = -\frac{\rho(k)}{\varepsilon_0} \quad (2.9)$$

On voit clairement que dans l'espace des k , la dérivée disparaît et est remplacée par un facteur proportionnel à k^2 . $\varphi(x)$ s'obtient alors en prenant la transformation de Fourier inverse de $\varphi(k)$.

A 2 dimensions l'équation de Poisson s'écrit :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \varphi(x,y) = -\frac{\rho(x,y)}{\varepsilon_0} \quad (2.10)$$

Suivant les conditions aux limites, il est possible d'effectuer une double transformée de Fourier en x et en y . La méthode est alors identique à celle décrite pour le cas unidimensionnel. Historiquement, il était envisagé que même dans un cas doublement périodique, on ne fasse une transformée de Fourier que dans une seule direction et qu'on traite l'autre dimension en inversant une matrice tridiagonale. La raison avancée était que le temps

de calcul des coefficients de Fourier était une opération coûteuse [36]. Néanmoins, dans le cas du propulseur, il n'est pas possible d'effectuer de transformée de Fourier dans la direction axiale car des conditions de Dirichlet sont imposées. On décompose seulement suivant la direction y dans l'espace de Fourier :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{2i\pi k}{N} \right)^2 \right] \varphi(x, k) = -\frac{\rho(x, k)}{\varepsilon_0} \quad (2.11)$$

Ceci à l'avantage de faire tomber une dimension et de se ramener à un système unidimensionnel dans l'espace réel. Il est de la forme $A.x = y$ où A est une matrice tridiagonale. Il peut par exemple être résolu par la méthode L.U. dont nous allons parler maintenant.

Méthode directe de type LU, l'exemple de Pardiso

Le solveur Pardiso [63] repose sur les méthodes de type décomposition LU [60]. La décomposition LU d'une matrice A s'écrit :

$$L.U = A \quad (2.12)$$

où L est une matrice triangulaire inférieure et U , triangulaire supérieure. L'avantage d'effectuer ce genre de décomposition est que la résolution d'un ensemble triangulaire d'équations est plus simple. L'avantage de Pardiso est qu'il tire partie de la parallélisation sur mémoire partagée.

Multigrille géométrique

La méthode multigrille [53, 54, 13, 68] permet d'accélérer la convergence de méthodes itératives classiques telles la méthode de Jacobi, la méthode de Gauss-Seidel ou la méthode SOR [37] (Successive Over Relaxation). C'est donc une technique de résolution reposant sur des solveurs connus. L'inconvénient des méthodes précédemment citées est leur taux de convergence très lent. Cependant, elles possèdent une qualité qui sera exploitée par la suite : leur rapidité et efficacité à amortir les hautes fréquences spatiales. Ce n'est pas le cas des fréquences plus basses car, dans ce cas là, les solveurs classiques s'avèrent obsolètes, expliquant ainsi leur temps de résolution lent.

L'idée maîtresse de la méthode multigrille est d'effectuer la résolution sur plusieurs grilles de résolutions différentes. Ceci a deux conséquences très intéressantes : les composantes hautes fréquences de l'erreur (ou du résidu) sont réduites grâce à la propriété amortissante des solveurs classiques et les basses fréquences, c'est-à-dire celles dont les longueurs d'ondes sont grandes par rapport à la taille des cellules, sont étouffées par une procédure de correction sur une grille de faible résolution.

Sur la figure (2.6), l'erreur est représentée par la courbe bleue portée sur une grille de grande résolution. L'idée est donc de déplacer l'erreur sur une grille de plus faible résolution. De cette manière, une erreur de basse fréquence portée sur une grille plus grossière sera vue comme une erreur de fréquence plus élevée. La propriété amortissante des méthodes classiques sera ensuite exploitée sur cette grille.

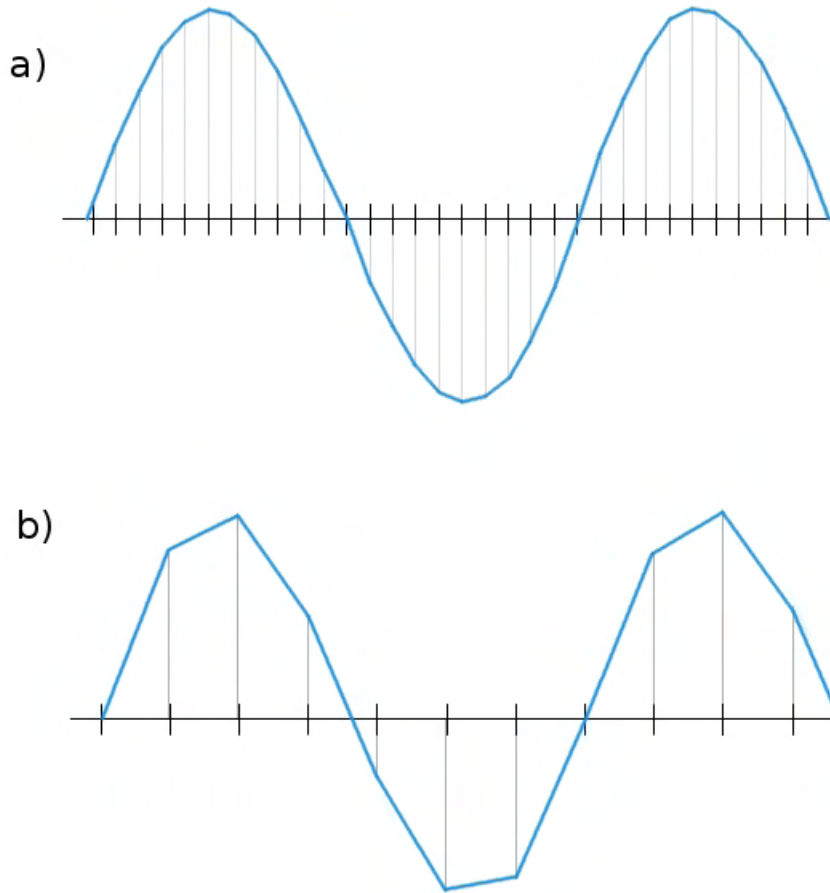


FIG. 2.6: *Erreur vue par deux grilles de résolution différentes. Grille fine (a) : l'erreur est vue comme une erreur de basse fréquence. Grille grossière (b) : l'erreur est vue comme une erreur de haute fréquence.*

Dans un cas général, un cycle multigrille se déroule de cette manière : on démarre de la grille la plus fine puis la solution est transmise sur une grille de résolution plus faible (c'est la restriction). Après plusieurs cycles de relaxation sur cette grille, on descend encore d'un niveau de résolution en transférant la solution vers une grille toujours plus grossière. Ce processus est poursuivi un certain nombre de fois jusqu'à atteindre la grille la plus faiblement résolue. On parcourt ensuite le chemin inverse : la solution obtenue, est interpolée vers des grilles de plus en plus fines (c'est la prolongation) cette fois-ci en relaxant à chaque niveau pour finalement atteindre la grille initiale. Ce cycle s'appelle le *V-cycle*. Notons enfin qu'il existe plusieurs schémas de multigrille : les multigrille *W-cycle*,

μ -cycle ou encore le *Full Multigrid* (FMG). En effet, l'ordre des restrictions/prolongations n'est pas forcément celui précédemment décrit.

Maintenant que nous avons introduit la méthode multigrille géométrique, nous allons poursuivre vers la méthode multigrille algébrique qui repose sur la même idée mais qui est plus abstraite étant donné qu'elle est destinée à des matrices et non à des domaines physiques.

Multigrille algébrique, l'exemple de AGMG

La méthode multigrille algébrique [26, 13] repose sur le principe du multigrille géométrique mais d'une manière qui ne requiert pas de connaissance explicite de la géométrie du problème. Il peut donc s'appliquer à des problèmes sans grille géométrique. Il possède les mêmes fonctionnalités : lissage des hautes fréquences de l'erreur en utilisant une méthode classique, et lissage des basses fréquences en exportant l'erreur sur une grille plus grossière.

Cependant, ce qui change dans le multigrille algébrique est la définition des grilles intermédiaires. Par exemple, dans le cas d'un problème physique très anisotrope, il se présente des zones où un solveur classique aura plus ou moins de facilité à converger. En effet, comme nous l'avons introduit précédemment, le solveur classique lisse rapidement les hautes fréquences puis met plus de temps lorsqu'il est question des basses fréquences. A l'issue d'un nombre fixé d'itérations, l'erreur pourra donc présenter des zones où les hautes fréquences seront lissées et d'autres où ce nombre d'itérations aura été insuffisant. La grande flexibilité du multigrille algébrique est donc de pouvoir construire des grilles qui s'adaptent en fonction des zones à traiter, c'est à dire des zones où l'erreur est lisse et d'autres où l'erreur est encore très fluctuante : en baissant la résolution d'une partie de la grille pour y exporter l'erreur basse fréquence et en maintenant une grande résolution pour une autre zone d'erreur haute fréquence. Le multigrille algébrique est donc en mesure de définir lui même la grille qu'il juge la plus adéquate au problème traité, le rendant ainsi applicable à n'importe quel type de matrice.

Ce court exposé sur la méthode Multigrille algébrique, qui pour le lecteur intéressé pourra être enrichi par la lecture du livre de Briggs [13], nous permet d'introduire un solveur basé sur cette méthode, le solveur AGMG [56]. Celui-ci est disponible sur le site du concepteur Y. Notay [2] en licence libre pour la recherche académique. Nous rappelons que notre objectif était de contourner le problème de non-convergence du solveur Poisson par transformée de Fourier. A l'instar de Pardiso, l'utilisateur doit fournir au solveur la matrice des coefficients A (équation (2.6)) au format CSR. Le format CSR (Compressed Sparse Row) est une manière de ranger les coefficients d'une matrice creuse (contenant en majorité des 0). Cela évite d'inclure les 0 et permet donc d'économiser l'occupation mémoire. Ce format est décrit en annexe B.

Une fois rentrés la matrice A ainsi que le membre de droite (la densité de charges), le fonctionnement est transparent ce qui le rend très facile d'utilisation.

Traitement des collisions

1. Choix du type de collisions

Les méthodes les plus répandues pour traiter les collisions s'appuient sur la méthode Monte-Carlo [55, 70]. Elles reposent sur le tirage de nombres aléatoires utilisés pour calculer la probabilité d'occurrence des événements collisionnels.

Considérons une assemblée de particules (des électrons) interagissant avec un fond de neutres à travers des collisions (élastiques, inélastiques). Les données nécessaires pour calculer la probabilité de collision de la $i^{\text{ème}}$ particule du premier ensemble avec une particule du second ensemble sont : l'énergie cinétique incidente ϵ_i , la section efficace de l'événement considéré et la densité de l'espèce cible.

Nous allons décrire deux algorithmes de collisions, la méthode classique et la méthode des collisions nulles qui permet d'alléger le nombre d'opérations à effectuer.

Dans la méthode Monte-Carlo classique, on commence par définir la somme de toutes les sections efficaces des événements en jeux dans le système :

$$\sigma_T = \sigma_1(\epsilon_i) + \sigma_2(\epsilon_i) + \dots + \sigma_N(\epsilon_i)$$

Il y en a N possibles. On passe ensuite en revue chaque particule de la première assemblée. La probabilité P_T qu'une collision ait lieu pendant une durée Δt s'écrit :

$$P_{T,i} = 1 - \exp(-\Delta t v_i \sigma_T(\epsilon_i) n_t(x_i)) \quad (2.13)$$

où v_i est la norme de la vitesse de la particule incidente et n_t est la densité de l'espèce cible à la position x_i .

Un nombre aléatoire $r_1 \in [0,1]$ est tiré et comparé à cette probabilité. Si $r_1 < P_{T,i}$, une collision se produit, sinon la particule est laissée en l'état et on étudie le cas de la suivante.

Dans le cas d'une collision, il faut ensuite définir son type parmi les N possibles. On tire alors un second nombre aléatoire r_2 que l'on compare ensuite aux différentes probabilités (eq. (2.14)) par ordre croissant de certitude d'occurrence. (le premier type de collision est celui qui est considéré comme le moins probable, le second l'est un peu plus, et ainsi de suite.)

$$P_{(1,2,\dots,N),i} = 1 - \exp(-\nu_{(1,2,\dots,N),i}\Delta t) \quad (2.14)$$

où $\nu_{(1,2,\dots,N),i} = v_i \sigma_{1,2,\dots,N}(\varepsilon_i) n_t(x_i)$ est la fréquence de collision de type $(1,2,\dots,N)$ de la $i^{\text{ième}}$ particule. Enfin, lorsque l'on connaît le type de collision, on la réalise (expliqué dans la section suivante) : on calcule les nouvelles vitesses et énergies après collisions.

Le gros défaut de cette méthode est qu'il faut évaluer la possibilité d'une collision en calculant pour chaque particule la probabilité totale $P_{T,i}$. Cette étape coûteuse en nombre d'opérations peut être évitée. En effet, pour remédier à cette dépense, l'idée est de définir une fréquence de collision totale qui est constante pour l'ensemble des particules. Elle se calcule de cette manière :

$$\nu' = \max_{\mathbf{x}, \varepsilon} (n_t \sigma_T v) = \max_{\mathbf{x}} (n_t) \max_{\varepsilon} (\sigma_T v) \quad (2.15)$$

Le maximum de densité de neutre n_t est recherché sur l'ensemble du domaine et le maximum du terme $\sigma_T v$ sur l'ensemble des énergies atteignables.

Comme on peut le voir sur la figure (2.7), ν' domine toutes les autres fréquences sur l'ensemble des énergies. Pour certaines plages d'énergie, un espace est laissé entre la fréquence la plus grande et ν' . Vient s'y glisser alors un nouvel événement : la collision nulle, ou l'événement qui n'entraîne aucune collision.

Il existe deux manières d'appliquer cette méthode. Dans la première méthode, on calcule $P_{nulle} = 1 - \exp(-\nu' \Delta t)$ en début de simulation. Cette probabilité va nous permettre de réduire le nombre de particules à étudier : à chaque appel de la routine de collision, on multiplie le nombre maximum de particules par cette probabilité. Ainsi, on obtient une population réduite de $N_{\text{réduit}}$ éléments à traiter. Enfin, pour connaître les indices des particules appartenant à cette population, on tire $N_{\text{réduit}}$ nombres aléatoires r_1 qui désignent des particules uniformément réparties sur le domaine.

Cette manière de sélectionner les particules n'est pas celle qui est implémentée dans le code. A la place, une autre manière est adoptée : on calcule P_{nulle} en début de simulation, puis, à l'appel de la routine collisions, on tire un nombre aléatoire r_1 pour chaque particule. Celui-ci est ensuite comparé à P_{nulle} : $r_1 < P_{nulle}$ entraîne la possibilité d'une collision, sinon aucune collision n'a lieu. Cela fait donc un total de N_{total} nombres aléatoires.

A titre informatif, il est intéressant de comprendre un autre avantage de la méthode des collisions nulles même s'il ne nous concerne pas dans le cadre de la méthode PIC. C'est le cas des méthodes particules-tests où l'on suit les trajectoires de particules à

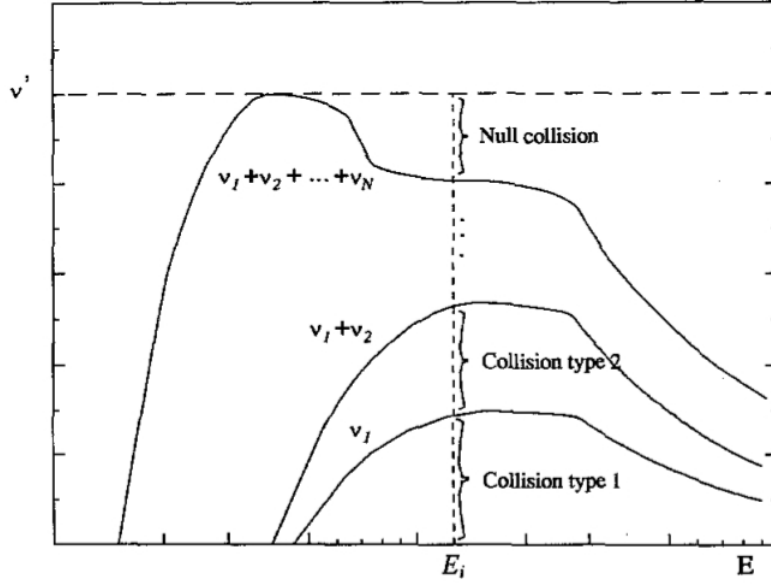


FIG. 2.7: Superposition de toutes les fréquences de collision avec ajout de la fréquence de collision nulle, d'après Vahedi [70].

la suite et non une population donnée. Ce genre de méthode est utile pour construire des quantités physiques (comme des coefficients de diffusion par exemple) à l'aide d'une méthode particulière. Pour gérer les collisions, on évalue un temps de vol (entre deux collisions) qui se calcule en considérant les fréquences de collisions de chaque instant depuis la précédente collision. Ce calcul fait donc intervenir une intégrale sur le temps de vol qui alourdit alors les temps de résolution.

Pour contourner le problème, on introduit une fréquence de collision constante : la fréquence de collisions nulles ν' qui permet de sortir la fréquence de collisions de l'intégrale et d'en déduire facilement le temps de vol. L'intégrale devient donc :

$$\int_0^{t_c} \nu(t) dt = \int_0^{t'_c} \nu' dt = \nu' t'_c \quad (2.16)$$

où t_c est le temps de vol. Comme expliqué précédemment, $\nu' > \nu$ et donc, pour garantir l'égalité précédente, $t'_c < t_c$. Le temps de vol est réduit par rapport à la méthode classique mais il n'est plus nécessaire de calculer l'intégrale à chaque cycle d'où un gain de temps [64]. Dans le cadre de la méthode PIC, calculer un temps de vol pour chaque particule est possible mais serait très gourmand en temps car chaque particule a un temps de collision différent. On utilise alors la méthode précédemment décrite qui permet de traiter les collisions avec un pas de temps constant.

Maintenant que l'on sait si une particule va entrer en collision (collision nulle comprise), on tire un second nombre aléatoire r_2 que l'on compare à la probabilité associée au

type de collision (eq. 2.14)). En résumé, cette seconde étape est identique à la méthode classique à la différence près que nous avons un événement en plus, la collision-nulle.

2. Réalisation des collisions

Seulement deux types de collisions sont prises en compte dans notre problème : les collisions élastiques et ionisantes entre les électrons et le xénon. C'est à dire,

$$\sigma_T = \sigma_{e-Xe, \text{élas}}(\epsilon_i) + \sigma_{e-Xe, \text{ioni}}(\epsilon_i)$$

Les profils sont tracés sur la figure 2.8. Seul le premier niveau d'ionisation à 12,3 eV est considéré. Cette hypothèse ainsi que la non prise en compte des processus d'excitation peut paraître trop restrictive. Notre approche dans cette thèse est une approche globale qui vise à apporter des éléments de compréhension sur certains phénomènes ondulatoires et d'étudier leur rôle dans le transport électronique. Comme nous le verrons pas la suite, ce modèle fournit déjà une physique très riche qui présente suffisamment de complexité pour nous en tenir à des hypothèses simples.

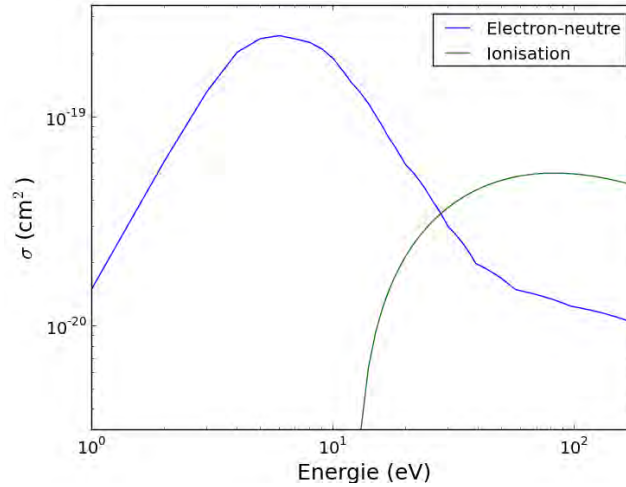


FIG. 2.8: Sections efficaces de collisions électron-neutre (bleu) et d'ionisation (vert) utilisées dans le modèle PIC.

Particules incidentes et type de collisions maintenant choisis, il faut calculer les conséquences de ces rencontres.

Collisions élastiques : $e^- + Xe \rightarrow e^- + Xe$

La réalisation d'une collision élastique entraîne un changement de direction de la particule incidente et un transfert d'énergie de l'électron vers la particule neutre. Dans un cas général, on calcule les angles de réflexion de l'électron réfléchi en coordonnées sphériques χ , ϕ et θ . Pourtant, dans notre cas, nous réorganisons les vitesses de la particule

incidente de manière isotrope (en tirant les nouvelles vitesses à partir d'une distribution gaussienne) sans effectuer de transfert d'énergie entre les deux espèces.

On peut facilement montrer que l'électron ne perd pas d'énergie à l'issue de la collision en écrivant que l'énergie perdue s'exprime comme [70] :

$$\Delta\epsilon = \frac{2m}{M}(1 - \cos \chi)$$

où m est la masse de l'électron incident et M la particule cible, soit ici un atome de xénon (131 uma). On voit rapidement que $\Delta\epsilon \ll 1$ en prenant $m/M = 1/(131 * 1836)$ soit $4,1 \cdot 10^{-6}$.

Une autre collision élastique dont nous n'avons pas parlé mais qui est modélisée est la collision électron - paroi, c'est à dire l'interaction des électrons avec les parois constitutives du canal. Au niveau de l'anode et de la cathode, les parois sont de type absorbantes : toutes les particules qui les franchissent sont supprimées du domaine. Etant donné le domaine de calcul, il n'y a pas d'autres parois physiques qui viennent border ses limites (en azimut, les conditions sont périodiques).

Néanmoins, comme nous l'avons noté au chapitre 1, les collisions des électrons avec les parois des cylindres coaxiaux contribuent au transport électronique axial. Ces cylindres font 2,5 cm de longueur. Pour les prendre en compte, on introduit donc une troisième dimension de vitesse v_z . Ceci a pour conséquence d'étendre d'un degré de liberté la distribution d'énergie de la particule. Cette troisième composante va nous permettre de simuler une vitesse radiale et de comparer l'énergie transportée en \mathbf{z} à un potentiel de gaine que l'on fixe manuellement. L'algorithme de collision pariétale est identique à celui mis en place pour les autres collisions élastiques (collisions nulles), à la différence près que l'on rajoute deux conditions pour la particule : sa présence dans le canal (entre 0 et 2,5 cm) et la valeur absolue de la vitesse radiale qui doit être supérieure à une vitesse seuil (le potentiel de gaine est ramené à une vitesse seuil). La fréquence de collisions pariétales s'écrit :

$$\nu_p = \frac{v_z}{r_2 - r_1} \quad (2.17)$$

où $r_2 = 4$ cm et $r_1 = 2$ cm sont le grand et petit rayon du canal, respectivement. Si ces deux conditions sont vérifiées, en plus des conditions inhérentes à la méthode des collisions nulles, la particule percute la paroi : elle cède à partir de la composante \mathbf{z} une portion d'énergie égale au potentiel de gaine puis on redistribue l'énergie restante dans les 3 directions en tirant 3 vitesses d'une distribution gaussienne, comme cela a été expliqué précédemment. Enfin, en repartant de la paroi, la particule regagne la même quantité

d'énergie égale au potentiel de gaine. On la rajoute donc à la composante \mathbf{z} de l'électron.

Collisions inélastiques ionisantes : $e^- + Xe \rightarrow e^- + Xe^+ + e^-$

La réalisation d'une collision inélastique entraîne une perte d'énergie par émission d'un photon lorsque l'électron incident arrache un électron secondaire. Il en résulte la création d'un ion de Xenon (Xe^+) et d'un électron. La difficulté réside dans la distribution de l'énergie vers les particules à l'issue de la collision. Une manière de procéder consiste d'une part à considérer que la quantité de mouvement de l'électron incident est si faible par rapport à celle du neutre, qu'une fois l'ion créé, celui-ci poursuit sa trajectoire non perturbée. D'autre part, l'électron incident perd une portion d'énergie égale à l'énergie d'ionisation et celle restante est répartie entre les deux électrons.

Une description plus évoluée implique de calculer une équation de partition de l'énergie à partir de données expérimentales [70]. Nous nous en tiendrons à un modèle simple où l'électron et l'ion sont créés avec une énergie nulle. L'électron réfléchi, après avoir perdu la quantité d'énergie égale au seuil d'ionisation, poursuit sa trajectoire avec de nouvelles vitesses prises à partir d'une gaussienne, comme pour le cas de la collision élastique.

Traitement du gaz

Le gaz injecté dans le propulseur est du xénon. Contrairement aux autres espèces qui sont traitées de manière particulière, le gaz est lui traité de manière fluide. Son évolution est alors régie par les deux premiers moments de l'équation de Boltzmann : l'équation de continuité et l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Ce sont de plus des équations uni-dimensionnelles selon l'axe du propulseur. La justification est la suivante : le mode dominant du propulseur, le mode de respiration basse fréquence est un mode axial [11] (cf. section 1.5.2). Celui-ci trouve son origine dans l'ionisation périodique du xénon couplée à sa dynamique qui fait osciller son front entre la cathode et l'anode. Par conséquent, aucune variation azimutale de la dynamique des neutres n'est incluse. Le terme source est calculé lors du traitement des collisions et moyenné dans la direction azimutale.

Dans ce modèle, on ne suppose pas que la vitesse des neutres est constante. Cela oblige donc à prendre en compte le second moment de l'équation de Boltzmann. En effet, comme expliqué dans la thèse de S. Barral [7], l'ionisation peut être vue comme un processus qui supprime les neutres lents et ne laisse persister que les neutres rapides. La vitesse moyenne augmente alors à mesure que les neutres lents sont ionisés. Un autre processus qui ne peut pas être pris en compte dans le code du fait de la géométrie, est l'interaction des neutres avec les parois. Les réflexions diffuses créent un flux inverse qui fait baisser la vitesse axiale dans le canal. Ces deux processus ont donc pour conséquence de créer une dépendance de la vitesse par rapport à l'espace. Ci-dessous sont présentées

les équations. N_a est la densité de neutre, V_x est la vitesse moyenne axiale, ν_i la fréquence d'ionisation électron-neutre et D_a un coefficient de dispersion des vitesses que nous allons expliciter plus loin.

$$\frac{\partial N_a}{\partial t} + \frac{\partial(N_a V_x)}{\partial x} = -\nu_i N_a \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial(N_a V_x)}{\partial t} + \frac{\partial(N_a V_x^2 + 2N_a D_a)}{\partial x} = -\nu_i N_a V_x \quad (2.19)$$

En supposant une demi distribution maxwellienne, on ferme le système à l'aide du coefficient D_a :

$$D_a = \frac{1}{N_a} \int f_x(v_x - V_x)^2 dv_x \quad (2.20)$$

qui peut s'approximer par [7] :

$$D_a \approx \frac{k_b T_a}{6M_a} \quad (2.21)$$

T_a est la température d'injection des neutres. Le débit d'injection est de 5 mg.s^{-1} . La densité est de $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$.

Enfin, on tient à noter que traiter le gaz à l'aide des équations fluides présente aussi un avantage numérique. Cela permet d'éviter de résoudre chaque trajectoire des macro-particules, mais aussi de s'affranchir des contraintes statistiques.

Injection des électrons

Nous allons décrire la méthode d'injection des électrons basée sur l'hypothèse de continuité de courant. La démonstration s'inspire du travail de Szabo dans sa thèse [66].

Les différents courants d'injection et de sortie du propulseur sont schématisés sur la figure 2.9. La cathode fournit un courant d'électrons I_{cd} dans le canal ainsi qu'un courant d'électrons qui vient neutraliser le courant d'ions I_{cb} . Les électrons injectés progressant dans le canal, atteignent la zone d'ionisation où la multiplication a lieu : création d'ions et d'électrons. Le courant d'ions qui en résulte sort à la fois au niveau de la cathode (I_{b+}) et de l'anode (I_{a+}). La majorité des électrons issus de l'ionisation ainsi que ceux qui proviennent de la cathode participent au courant I_{a-} à l'anode mais une part est aussi éjectée à la cathode d'où I_{az} . On ne considérera pas l'émission secondaire et l'apport de

charges qui en résulte puisque les parois sont traitées de manière simplifiée.

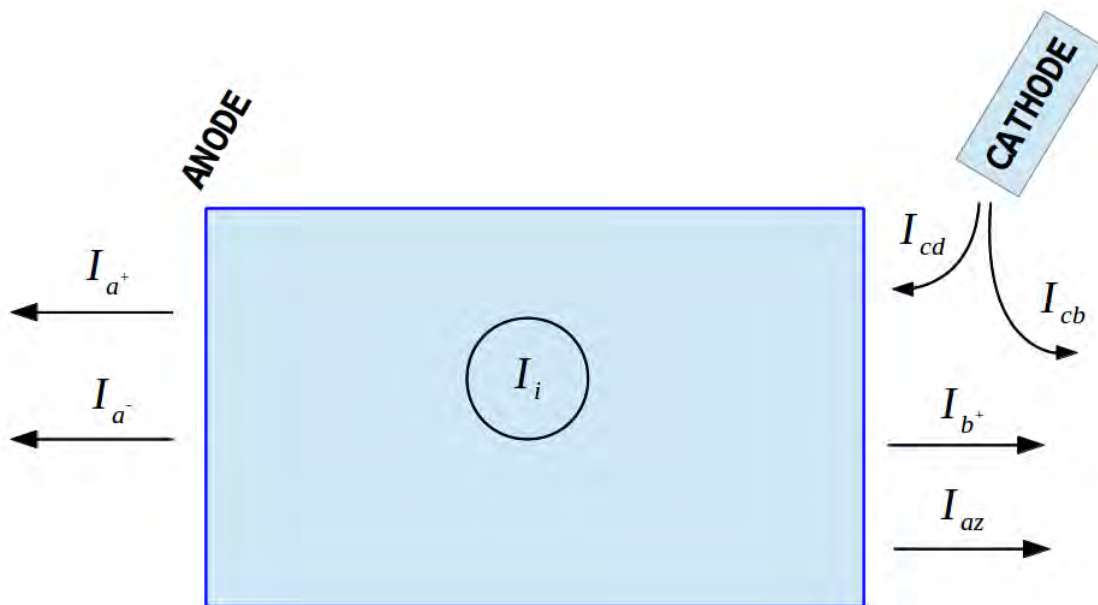


FIG. 2.9: *Courants dans le propulseur.*

On définit le courant comme la variation temporelle de charges :

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (2.22)$$

Le courant de décharge s'écrit par définition :

$$I_d = I_{a^+} - I_{a^-} \quad (2.23)$$

où par convention, nous avons choisi le signe moins pour le courant électrique. Le courant provenant de la cathode est la somme du courant d'électrons incidents (I_{cd}) et du courant de neutralisation (I_{cb}):

$$I_c = I_{cd} + I_{cb} \quad (2.24)$$

On peut maintenant écrire la conservation de courant pour les ions, puis pour les électrons. Le courant d'ion créé par ionisation (I_i) entraîne un courant ionique à la cathode (I_{b^+}) et à l'anode (I_{a^+}):

$$I_i = I_{b+} + I_{a+} \quad (2.25)$$

Concernant les électrons, la conservation du courant donne :

$$I_{a-} + I_{az} = I_i + I_{cd} \quad (2.26)$$

Les quantités d'ions et d'électrons créées par ionisation sont égales, d'où le courant I_i identique pour les deux populations. Dans notre modèle on ne considère que les ions Xe^+ .

En regroupant la part électronique (Eq. (2.26)) et ionique (Eq. (2.25)) à travers le terme I_i on obtient :

$$I_{a+} - I_{a-} = I_{az} - I_{b+} - I_{cd} \quad (2.27)$$

Ce qui nous intéresse, c'est de connaître la part d'électrons à injecter dans le canal. On exprime donc I_{cd} en fonction des autres courants :

$$I_{cd} = -I_d + I_{az} - I_{b+} \quad (2.28)$$

Comme nous l'avons dit précédemment, les ions éjectés à la cathode sont neutralisés par une partie des électrons incidents de la cathode mais aussi par ceux qui sortent du canal du même côté. On peut donc écrire :

$$I_{b+} = I_{cb} + I_{az} \quad (2.29)$$

Finalement, I_{cd} s'écrit :

$$I_{cd} = -I_d - I_{cb} \quad (2.30)$$

Notre cathode est positionnée exactement au niveau de la limite du domaine. La neutralisation se déroulant dans la plume n'est alors pas décrite. On peut donc se débarrasser du terme de courant de neutralisation I_{cb} et aboutir à l'expression finale régissant l'injection d'électrons :

$$I_{cd} = -I_d \quad (2.31)$$

En pratique, nous calculons à chaque pas de temps le nombre de charges positives et négatives qui sortent à l'anode (équation (2.22)). Grâce à l'équation (2.23), on obtient la quantité d'électrons en excès qu'il faut alors réinjecter (eq. 2.31) à la cathode. De cette manière, on obtient une injection auto-cohérente qui va se régler naturellement en fonction du potentiel et donc de la densité des espèces chargées dans le domaine.

2.2.2 Formulation implicite

Comme nous venons de le voir, la formulation explicite de la méthode PIC impose de résoudre la fréquence plasma et la longueur de Debye, sans quoi le schéma devient instable. Cela oblige donc d'avoir des pas de temps et d'espace très petits. Cependant, il n'est pas toujours souhaitable de décrire des échelles aussi petites lorsque les phénomènes d'intérêt évoluent sur des échelles spatiales et temporelles plus grandes. La formulation implicite apporte une solution à cette problématique. Elle permet de briser la contrainte qui relie le pas de temps à la fréquence plasma. Celui-ci est relaxé et on peut le choisir bien plus grand tout en garantissant la stabilité numérique. On obtient alors un filtre temporel qui doit permettre d'amortir les hautes fréquences et ne pas dénaturer les basses fréquences. Dans le cas du moteur, on souhaite décrire précisément la fréquence cyclotronique car elle est la manifestation temporelle du champ magnétique, responsable du piégeage, de la baisse de conductivité associée, et de phénomènes ondulatoires fondamentaux. En effet, l'établissement de la relation de dispersion de l'instabilité de dérive azimuthale par A. Ducrocq et al. [24] (cf. Fig 1.14) a montré que celle-ci devenait instable lorsque sa fréquence égalait un multiple de la fréquence cyclotronique. Il est donc indispensable de conserver cette échelle. Au delà, on fait le choix d'amortir ce qui est mal ou non résolu.

Pour relaxer la contrainte sur Δt , différentes méthodes ont été proposées. Elles reposent chacune sur des discrétisations temporelles implicites des équations des trajectoires. Par exemple, dans la méthode implémentée, le champ électrique au temps $t + \Delta t$ doit être connu avant d'avancer les particules qui ont leurs positions définies au temps t . La première méthode dont nous allons parler est la méthode implicite directe qui est utilisée dans le code PIC. Nous parlerons ensuite de la possibilité d'ajuster l'amortissement du schéma. Pour clore cette partie, nous aborderons la méthode des moments afin de prendre du recul sur ces méthodes qui sont assez complexes à implémenter et à assimiler.

La méthode implicite directe

Différents schémas

Il existe deux classes de schéma implicite [17, 43] :
la classe C qui s'écrit

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}'_{n+1} + (c_0 \mathbf{a}_{n+1} + c_1 \mathbf{a}_n + \dots + c_{k-2} \mathbf{a}_{n-k+2}) \Delta t^2$$

$$\frac{\mathbf{x}'_{n+1} - 2\mathbf{x}'_n + \mathbf{x}'_{n-1}}{\Delta t^2} = \mathbf{a}_n$$

\mathbf{a} désigne le champ accélérateur et \mathbf{x} le vecteur position. L'indice n est l'indice du pas de temps. En prenant les constantes c égales à zéros, on retrouve le schéma leap-frog explicite $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$.

La classe D quant à elle s'écrit :

$$d_0(\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}) + d_1(\mathbf{v}_{n-1/2} - \mathbf{v}_{n-3/2}) + \dots = \mathbf{a}_{n+1} \Delta t \quad (2.32)$$

$$\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n = \mathbf{v}_{n+1/2} \Delta t$$

Par la suite nous nous concentrerons sur cette dernière, classe privilégiée dans le code PIC implicite.

Il est clair que \mathbf{x}_{n+1} dépend de \mathbf{a}_{n+1} , rendant le schéma implicite. Les termes avec les coefficients indicés d permettent de sélectionner l'information passée qu'il est nécessaire de garder pour régler le niveau d'implicitation, l'amortissement des hautes fréquences et la stabilité du schéma [18]. En effet, les constantes ajustables d_n sont des coefficients de pondération appliqués aux vitesses calculées aux instants précédents. Ceux-ci règlent donc leur influence en permettant de choisir la quantité d'information nécessaire pour calculer \mathbf{a}_{n+1} . Le recours à des instants antérieurs pour lisser le champ est analogue au lissage spatial, où l'on fait intervenir des moyennes sur les nœuds. Lorsque l'on veut par exemple lisser un profil (potentiel, densité etc..), on parcourt la grille (spatiale) en effectuant des moyennes pondérées sur des nœuds adjacents afin d'amortir les fluctuations qui évoluent trop fortement d'un nœud à un autre (le bruit numérique en est un exemple). On adoucit le lissage en faisant intervenir des nœuds plus éloignés. Le lissage temporel à donc la même fonction qui est de supprimer les fluctuations trop rapides par rapport au pas de temps imposé.

Dans le schéma D, le champ accélérateur n'est défini qu'au temps $n + 1$ ce qui accroît l'amortissement des hautes fréquences [18]. L'amortissement est nécessaire car les hautes fréquences mal résolues par un large Δt peuvent subsister. Néanmoins, comme indiqué par Lapenta [44] le schéma conserve malgré tout des dissipations d'énergie aux fréquences non résolues. La classe D la plus utilisée est la classe D1 (on ne garde que les termes d_0

et d_1) avec $d_0 = 2$ et $d_1 = -1$. Il est aussi possible de ne garder que le terme d_0 ce qui donnerait $\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_n$. Cependant, un tel choix, bien qu'assurant la stabilité amortirait trop les basses fréquences [35].

En remplaçant les coefficients par leurs valeurs, l'équation (2.32) devient :

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2} &= \frac{1}{2}\mathbf{a}_{n+1}\Delta t + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_{n-1/2} - \mathbf{v}_{n-3/2}) \\ \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n &= \mathbf{v}_{n+1/2}\Delta t\end{aligned}$$

En posant

$$\bar{\mathbf{a}}_n = (\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2})/\Delta t$$

et

$$\bar{\mathbf{a}}_{n-1} = (\mathbf{v}_{n-1/2} - \mathbf{v}_{n-3/2})/\Delta t$$

le champ accélérateur à l'instant n s'écrit :

$$\bar{\mathbf{a}}_n = \frac{\bar{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{a}_{n+1}}{2} \quad (2.33)$$

Le champ à l'instant n est donc la moyenne arithmétique du champ en $n-1$ et $n+1$.

Méthode

A partir de ce champ implicite, on écrit le système régissant les positions et vitesses des particules :

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \bar{\mathbf{a}}_n + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \frac{q\mathbf{B}}{m} \\ \frac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{\Delta t} = \mathbf{v}_{n+1/2} \end{cases} \quad (2.34)$$

avec

$$\bar{\mathbf{a}}_n = \frac{q}{m}\bar{\mathbf{E}}_n$$

Dans le cadre du schéma $D1$, nous avons maintenant :

$$\bar{\mathbf{a}}_n = \frac{\bar{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{a}_{n+1}}{2}$$

Le terme $\bar{\mathbf{a}}_n$ fait apparaître le champ accélérateur au temps $n+1$ qui est par définition inconnu. Pour lever l'implication, l'idée est alors d'introduire, entre les instant n et $n+1$, un instant intermédiaire noté \sim qui permettra de décomposer le mouvement en deux parties et de séparer de la sorte, les deux accélérations $\bar{\mathbf{a}}_{n-1}$ et \mathbf{a}_{n+1} . A partir de cet instant,

nous estimerons la variation de densité entre l'instant $\tilde{}$ et l'instant final. Connaissant cette quantité, on pourra alors calculer le champ final pour finaliser le mouvement.

Mathématiquement, cela s'écrit :

$$\frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2} + (\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2})}{\Delta t} = \frac{\bar{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{a}_{n+1}}{2} + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2} + (\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2})}{2} \times \frac{q\mathbf{B}}{m} \quad (2.35)$$

d'où

$$\begin{cases} \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\bar{\mathbf{a}}_{n-1} + \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \frac{q\mathbf{B}}{m} \\ \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{\Delta t} = \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} \end{cases} \quad (2.36a)$$

$$\quad (2.36b)$$

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\mathbf{a}_{n+1} + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2}}{2} \times \frac{q\mathbf{B}}{m} \\ \frac{\mathbf{x}_{n+1} - \tilde{\mathbf{x}}_{n+1}}{\Delta t} = \mathbf{v}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} \end{cases} \quad (2.37a)$$

$$\quad (2.37b)$$

On se retrouve maintenant avec deux équations : l'équation (2.36a) qui correspond à ce qu'on appelle le PREPUSHE. Elle est exprimée de manière explicite ; l'équation (2.37a) correspond au ENDPUSHE qui est implicite car \mathbf{a}_{n+1} est présent au temps intermédiaire $\tilde{}$.

PREPUSHE

Dans un premier temps, on résout (2.36a) pour calculer $\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2}$. Pour sa résolution, on applique l'algorithme de Boris (Annexe A) : l'équation peut se reformuler comme la somme d'une translation (le champ électrique) et d'une rotation (le champ magnétique).

$$\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} = \mathbf{R}_n \mathbf{v}_{n-1/2} + \frac{\Delta t}{4} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \mathbf{a}_{n-1} \quad (2.38)$$

\mathbf{R}_n est l'opérateur de rotation et s'écrit : $\mathbf{R}_n = \frac{2}{1+\theta^2} (\mathbf{I} + \theta \otimes \theta - \theta \times \mathbf{I}) - \mathbf{I}$, \mathbf{I} la matrice identité et $\theta = \frac{q\Delta t}{2m} \mathbf{B}$.

Une fois $\tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2}$ connue on calcule grâce à (2.36b) $\tilde{\mathbf{x}}_{n+1}$. On se situe à l'instant intermédiaire (cf. Fig. 2.10). Calculer $\tilde{\rho}_{j,n+1}$ ne pose pas de problème : on somme les contributions des différentes particules au point de grille j :

$$\tilde{\rho}_{j,n+1} = \sum_i q_i S(X_j - \tilde{\mathbf{x}}_{i,n+1})$$

où $X_j \equiv j\Delta x$, i est l'indice de la particule et S la fonction d'interpolation.

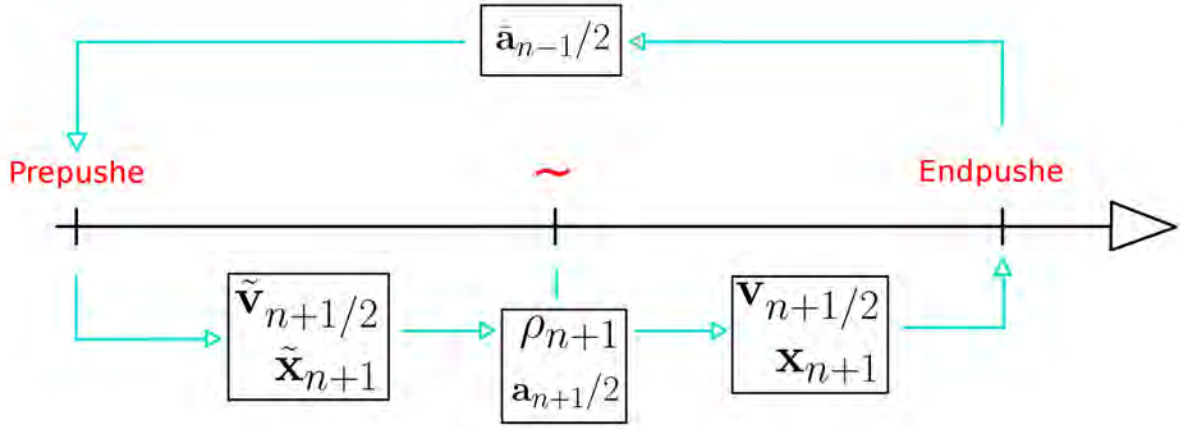


FIG. 2.10: schéma de l'algorithme de résolution. L'instant \sim est un instant intermédiaire.

Calcul du champ

Pour obtenir le champ à l'instant final, il faut résoudre l'équation de Poisson :

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_{n+1} = \frac{\rho_{n+1}}{\varepsilon_0} \quad (2.39)$$

Or, nous n'avons pas encore la donnée de densité au temps $n+1$, seulement à l'instant intermédiaire. Cependant, on peut estimer de combien va évoluer la densité entre ces deux instants. On exprime alors la densité finale comme la somme de la densité intermédiaire plus une variation $\delta\rho$. L'équation du champ devient donc :

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_{n+1} = \frac{\tilde{\rho}_{n+1} + \delta\rho}{\epsilon_0} \quad (2.40)$$

Définissons maintenant $\delta\rho$. On effectue un développement limité de la densité à l'étape \sim . On développe jusqu'à l'ordre deux et on ne garde que les termes d'ordre un.

$$\rho_{n+1} = \tilde{\rho}_{n+1} + \nabla \tilde{\rho}_{n+1} \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \nabla^2 \tilde{\rho}_{n+1} \delta \mathbf{x}^2 \quad (2.41)$$

où

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{n+1} - \tilde{\mathbf{x}}_{n+1}$$

On aboutit alors à :

$$\rho_{n+1} = \tilde{\rho}_{n+1} - \nabla \cdot (\tilde{\rho}_{n+1} \delta \mathbf{x}) \quad (2.42)$$

Soit

$$\delta \rho = -\nabla \cdot (\tilde{\rho}_{n+1} \delta \mathbf{x}) \quad (2.43)$$

$\delta \mathbf{x}$ se calcule à partir de (2.37a). Sachant que $\delta \mathbf{x} = \delta \mathbf{v} \Delta t$ (Eq. (2.37b)) avec $\delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_{n+1/2} - \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2}$ on aboutit facilement à

$$\delta \mathbf{x} = \frac{\Delta t^2}{2} \left(\mathbf{a}_{n+1} + \delta \mathbf{v} \times \frac{q \mathbf{B}}{m} \right) \quad (2.44)$$

Pour être résolue numériquement, on applique à nouveau l'algorithme de Boris (Annexe A).

δx devient alors :

$$\delta \mathbf{x} = \frac{q \Delta t^2}{4m} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \mathbf{E}_{n+1} \quad (2.45)$$

où on a remplacé \mathbf{a}_{n+1} par son expression : $\mathbf{a}_{n+1} = (q/m) \mathbf{E}_{n+1}$.

En injectant (2.45) et (2.42) dans (2.40) on aboutit à :

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_{n+1} + \nabla \cdot [\chi \cdot \mathbf{E}_{n+1}] = \frac{\tilde{\rho}_{n+1}}{\epsilon_0} \quad (2.46)$$

où

$$\chi = \frac{\Delta t^2}{4} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \left[\frac{q \tilde{\rho}_{n+1}}{m} \right]$$

est appelée susceptibilité implicite. Dans les milieux anisotropes, on retrouve de la même manière la susceptibilité dans l'équation de champ. Elle exprime une dépendance spatiale de la réponse du milieu à un champ électrique appliqué. Pour établir une analogie avec la susceptibilité électrique, on réécrit la susceptibilité implicite en faisant apparaître le facteur $\omega_p \Delta t$:

$$\chi = (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \left[\omega_p^2 \Delta t^2 \frac{\epsilon_0}{4q} \right]$$

Pour $\omega_p^2 \Delta t^2 \gg 1$, ω_p n'est pas résolue comme souhaité en implicite. Mais la fréquence plasma dépend de l'espace car la densité n'est pas homogène. L'implication est donc différente d'un point à un autre du domaine de calcul. On peut alors voir χ comme un terme qui permet de prendre en compte des zones de plus ou moins grande "implication" c'est à dire des zones où la fréquence plasma est plus ou moins amortie.

Dans le cas $\omega_p^2 \Delta t^2 \ll 1$, $\chi \ll 1$ on retrouve l'équation de champ explicite car on décrit toutes les fréquences du système et le terme d'implication n'a donc plus lieu d'être.

L'équation de champ s'écrit finalement :

$$\boxed{\nabla \cdot [(1 + \chi) \cdot \mathbf{E}_{n+1}] = \frac{\tilde{\rho}_{n+1}}{\varepsilon_0}} \quad (2.47)$$

ENDPUSHE

Une fois le champ électrique obtenu à $n + 1$ grâce aux informations de l'instant $\tilde{}$, on finalise le mouvement des particules.

$$\mathbf{v}_{n+1/2} = \tilde{\mathbf{v}}_{n+1/2} + \delta \mathbf{v} \quad (2.48)$$

qui est une réécriture de l'équation (2.37a) en rappelant (voir équation (2.44)) que

$$\delta \mathbf{v} = \frac{q \Delta t}{4m} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \mathbf{E}_{n+1} \quad (2.49)$$

l'équation (2.37b) donne

$$\mathbf{x}_{n+1} = \tilde{\mathbf{x}}_{n+1} + \delta \mathbf{v} \Delta t$$

Calcul du champ électrique

Pour calculer le champ électrique dans l'équation (2.47) il existe plusieurs méthodes que nous avons détaillées section 2.2.1. En particulier, pour la résolution par analyse de Fourier à 2-dimensions, on peut associer une méthode itérative à l'inversion LU. En introduisant un tenseur de susceptibilité 1-dimension χ_0 , moyennée suivant y , l'équation du champ (2.47) se réécrit de cette manière :

$$\nabla \cdot [(1 + \chi_0) \cdot \mathbf{E}_{n+1}^{(m+1)}] = \frac{\tilde{\rho}_{n+1}}{\varepsilon_0} - \nabla \cdot [(\chi_e - \chi_0) \cdot \mathbf{E}_{n+1}^{(m)}] \quad (2.50)$$

La méthode itérative de Concus et Golub [19] est utilisée et (m) désigne les itérations.

Pour chaque itération, la résolution se fait dans l'espace de Fourier dans la direction y uniquement ce qui permet, comme expliqué en section 2.2.1, de ne traiter qu'un système mono-dimensionnel. Il se met sous forme de matrices bandes qui sont résolues par une technique LU [59]. Une fois la convergence atteinte, on revient dans l'espace réel. Pour les autres méthodes utilisées, basées sur les solveurs AGMG et Pardiso, on discrétise l'équation (2.47) et on la résout sans modifications supplémentaires.

Amélioration de la prédiction sur le champ E

Dans la méthode implicite directe, la prédiction sur le champ \mathbf{E} s'effectue à partir d'une position intermédiaire $\tilde{\mathbf{x}}_{n+1}$. La densité, linéarisée en ce point permet alors de calculer \mathbf{E}_{n+1} . Néanmoins, l'équation de Poisson n'est pas rigoureusement vérifiée et $\nabla \cdot \mathbf{E}^{(r)} \neq \rho^{(r)}$ où r permet d'introduire un processus itératif. En effet, il est possible d'améliorer la prédiction sur \mathbf{E} en calculant une valeur plus précise de la densité intermédiaire afin, à terme d'atteindre l'égalité $\nabla \cdot \mathbf{E}^{(r+1)} = \rho^{(r+1)}$. Ce processus est introduit par Langdon, Cohen et Friedman [43]. Dans notre cas, nous nous en tenons à la méthode directe donc sans itération.

Amortissement ajustable

Une autre direction de recherche, visible dans la littérature est la possibilité de régler facilement l'amortissement du schéma. Comme nous l'avons introduit au début de cette partie, une des propriétés intrinsèques du schéma D1 est son fort amortissement des fréquences sub- Δt . En particulier, celles qui sont non ou mals résolues par un pas de temps large sont dissipées. Cependant, les fluctuations temporelles qui sont correctement résolues ne sont pas épargnées et peuvent souffrir d'un amortissement qui dans certains cas devient problématique. En effet, ceci risque d'affecter les comportements collectifs et les structures organisées qui sont susceptibles de se développer en réduisant l'étendue du spectre. Pour cette raison, plusieurs auteurs ont étudié la possibilité d'agir sur un paramètre qui règle l'amortissement [28, 22].

La seule possibilité offerte par le schéma D1 pour filtrer et amortir les fréquences est un choix judicieux du pas de temps. Pour étendre les possibilités de ce schéma, Friedman a introduit un paramètre θ qui permet de décentrer l'expression de $\bar{\mathbf{a}}_n$.

A partir de l'équation (2.34), le champ accélérateur est modifié comme suit :

$$\frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{\bar{\mathbf{A}}_{n-1} + \mathbf{a}_{n+1}}{2} + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \frac{q\mathbf{B}}{m} \quad (2.51)$$

où maintenant

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}}_{n-1} &\equiv (\theta/2)\mathbf{a}_n + (1 - \theta/2)\bar{\mathbf{a}}_{n-2} \\ \bar{\mathbf{a}}_{n-1} &\equiv (1 - \theta/2)\mathbf{a}_n + (\theta/2)\bar{\mathbf{a}}_{n-2}\end{aligned}$$

avec la condition $0 \leq \theta \leq 1$.

$\theta = 1$ permet de retrouver le schéma D1 tel que défini à l'origine, c'est à dire le schéma le plus amortissant. $\bar{\mathbf{A}}_{n-1}$ est le champ ressenti par la particule au temps $n - 1$. C'est une moyenne pondérée du coefficient $\theta/2$ sur le champ au temps n et $n - 2$. Lorsque $\theta = 1$, les champs \mathbf{a}_n et $\bar{\mathbf{a}}_{n-2}$ sont d'importances égales dans la moyenne. Lorsque $\theta = 0$, on ne prend plus en compte que le champ au temps $n - 2$. Ainsi plus θ est grand, plus on lissera le champ $\bar{\mathbf{A}}_{n-1}$ en l'exprimant comme la moyenne de champs à des instants successifs et donc plus fort sera l'amortissement. En effet, si un mode du champ électrique varie fortement d'une position à l'autre de la particule, cela signifie que Δt est trop grand pour décrire cette variation. Il est donc inutile de lui donner une trop grande importance. Le recours à la moyenne permet de lisser ces fluctuations rapides. Ne resteront essentiels dans la moyenne que les champs qui n'ont que peu évolué d'un instant à l'autre dans le trajet de la particule.

Méthode des moments

La méthode des moments a été développée durant les mêmes années que la méthode implicite directe [47, 21] dans le cas électrostatique par Mason et Denavit et étendue au cas électromagnétique par Brackbill et Forslund [12]. Elle consiste à résoudre le système (2.52) composé des moments d'ordre 0 et 1 de l'équation de Boltzmann (équation de continuité et de conservation de la quantité de mouvement), pour chaque espèce s . $n_s = \int f_s d\mathbf{v}$ est la densité de particules, $\mathbf{u}_s = \int v(f_s/n_s)d\mathbf{v}$ est la vitesse de dérive, $\mathbf{P}_s = \int v \otimes v f_s d\mathbf{v}$ est un terme cinétique qui contient le tenseur de gradient pression et le terme de dérivée convective $n_s(\mathbf{u}_s \cdot \nabla)\mathbf{u}_s$. f_s la fonction de distribution de l'espèce s . q_s est la charge et m_s la masse.

$$\begin{cases} \frac{\partial n_s}{\partial t} = -\nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) \\ \frac{\partial}{\partial t}(n_s \mathbf{u}_s) = \frac{q_s}{m_s} n_s \mathbf{E} - \nabla \cdot \mathbf{P}_s \end{cases} \quad (2.52)$$

Cependant, contrairement aux méthodes fluides où le terme de pression est déterminé en faisant appel à des moments d'ordre supérieur, on l'obtient ici par une méthode particulaire. Le calcul des termes de ce système tel qu'exposé par Denavit [21] se fait de la

manière suivante : pour connaître \mathbf{E} au temps $t + \Delta t$, on part d'une première approximation de \mathbf{P}_s au même instant futur. Cette approximation est améliorée en déplaçant les particules à l'aide d'équation du mouvement explicite. \mathbf{P}_s est ensuite recalculé avec les nouvelles vitesses puis, on en déduit $\mathbf{E}^{t+\Delta t}$ en utilisant l'équation de Poisson. Ce processus est réitéré jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. On passe ensuite au pas de temps suivant.

L'approximation initiale s'effectue suivant la même idée que dans la méthode implicite directe : on linéarise le terme de densité et de courant (dans le cas électromagnétique [12]). La fermeture du système à travers le terme de pression est réalisée ensuite à l'aide d'une équation d'état. Un point important à souligner est que contrairement à la méthode implicite directe où la linéarisation s'effectue autour d'une position intermédiaire des particules durant le cycle, elle a lieu ici en début de cycle. Cela contraint alors le rapport $\Delta t / \Delta x$ pour que le déplacement des particules n'excède pas une cellule par cycle.

2.3 Techniques de parallélisation

Le code PIC implicite (puis explicite à fortiori) est un code qui nécessite de traiter plusieurs centaines de particules par cellule pour une grille composée de $240 \times 128 = 30720$ cellules soit presque 10^7 particules (en prenant 300 particules par cellule). Le pas de temps assez large, grâce à l'apport de la discrétisation implicite est de $5 \cdot 10^{-5} \mu s$. Pour simuler $50 \mu s$, c'est à dire une période du mode de respiration, 10^6 itérations sont nécessaires. A l'écriture du code, il était donc évident qu'il fallait se tourner vers une architecture de code parallélisée pour réaliser des simulations en un temps raisonnable.

Nous présentons dans cette partie deux techniques existantes de parallélisation, la décomposition de domaine et la décomposition de particules [61]. Cette dernière est celle qui a été retenue pour le code. Nous serons donc plus à même de fournir des détails sur son implémentation. Dans cette partie, les termes récurrents de processeurs et unités de calcul vont être utilisés de manière équivoque. Cependant, cet abus de langage peut porter à confusion et nous souhaitons donc éclairer le lecteur sur ce sujet. Un processeur est une entité matérielle chargée d'effectuer des opérations mathématiques. Il est composé de plusieurs cœurs (jusqu'à huit en 2012) qui sont des fragmentations du processeur en unités inter-dépendantes de calcul. Au sein d'un processeur, on trouve alors plusieurs cœurs ou unités de calcul. A l'origine, un seul processeur contenait un seul cœur. Mais avec l'augmentation des fréquences de calcul, les constructeurs se sont retrouvés bloqués par un goulot d'étranglement où refroidissement et énergie d'alimentation devenaient excessifs. Ils ont alors emprunté un autre chemin qui a mené à la multiplication des cœurs à des fréquences certes moins élevées que leurs parents mono-cores mais ouvrant la voie au parallélisme au sein du processeur, soit un travail en parallèle des différents

cœurs entre eux.

Les systèmes d'exploitation les plus répandus permettent de garantir une certaine transparence sur la manière dont sont gérés ces cœurs car ils s'en chargent eux-mêmes. Cela éloigne donc l'utilisateur de sa machine car une connaissance précise de son architecture n'est pas requise. Il en est advenu qu'un utilisateur souhaitant paralléliser son code sera plus intéressé au nombre de cœur à sa disposition qu'au nombre de processeurs. Les termes "cœur" et "processeur" deviennent donc la même chose.

Ce qui vient d'être expliqué ne se résume pas qu'à un simple problème de sémantique car il peut aussi biaiser la compréhension et l'accès à un parallélisme efficace. En effet, malgré l'abus de langage, bien saisir la différence entre processeur et cœur permet de comprendre la hiérarchie de la mémoire. Dans un processeur, il existe une mémoire (en fait, plusieurs au temps d'accès et tailles différentes mais qu'on peut considérer ici comme n'en formant qu'une seule) appelée mémoire cache. Celle-ci est propre à chaque processeur et surtout, privée (cf. Fig. 2.11). Sur une lame d'un supercalculateur, on peut trouver deux processeurs de 4 cœurs chacun travaillant ensemble. Chaque processeur (ensemble de 4 cœurs) a donc sa propre mémoire. S'ils veulent mettre en commun des informations, il peuvent accéder à une mémoire commune comme la mémoire RAM (Random Access Memory). Nous présenterons par la suite, deux moyens d'accéder à la mémoire soit privée, soit partagée qui, combinés ensemble, garantissent une excellente parallélisation. On comprend bien qu'il est important à ce niveau de bien faire la différence entre processeur et cœurs. Néanmoins, par usage nous ferons cet abus mais quand cela se présentera, nous expliciterons le terme.

2.3.1 Décomposition de domaine

Dans la décomposition de domaine, on découpe le domaine physique en autant de sous-domaines qu'il y a d'unités de calcul disponibles. De cette manière, chaque processeur prend en charge un sous-domaine avec un lot de particules réduit (cf. Fig. 2.12). Si une particule sort de cet espace, elle est envoyée au processeur voisin. Concernant le calcul du champ électrique, étant donné qu'on le calcule par différences finies, un problème se pose au niveau des conditions aux limites. Pour pallier cet inconvénient, une zone tampon est introduite et permet d'étendre le sous-domaine aux premiers nœuds de l'espace voisin.

Enfin, par souci d'équilibrage de la charge de calcul, il est possible de déplacer les frontières afin d'inclure plus ou moins de particules pour un processeur donné. Cependant, cela crée des disparités dans le nombre de cellules à gérer. Cet aspect est surtout important à prendre en compte pour la résolution de l'équation de Poisson lorsque chaque unité de calcul résout celle-ci sur un sous-domaine. En effet, son temps de résolution dépendant fortement du nombre de cellules, il devient inégal d'un sous-domaine à un autre.

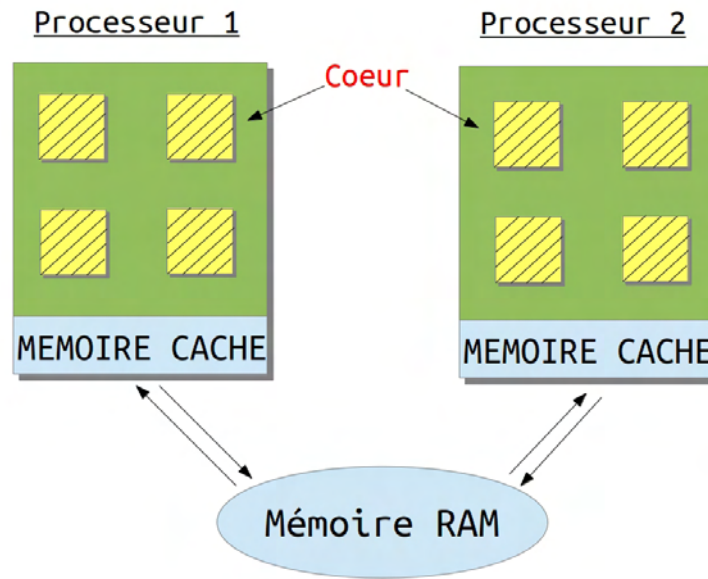


FIG. 2.11: Schéma de l'architecture d'un processeur. On peut noter l'existence d'une mémoire propre à chaque processeur (mémoire privée) et une mémoire commune (mémoire partagée).

2.3.2 Décomposition de particules

Dans la décomposition de particules, chaque unité de calcul traite un groupe de particules distinct des autres. La géométrie du moteur est commune à chaque processeur et ceux-ci voient donc le même domaine, le même nombre de cellules mais aussi le même potentiel appliqué (cf. Fig. 2.12). Par contre, un groupe de particules donné ne voit pas les autres; les particules évoluent sans avoir "connaissance" de l'évolution des groupes voisins.

Les champs font partie des informations partagées : leurs calculs s'effectuent en prenant en compte les densités de chaque groupe. En pratique, une fois les étapes du mouvement achevées, on collecte et somme les différentes densités des groupes pour obtenir une densité totale. L'équation de Poisson est alors résolue avec cette densité totale (de manière séquentielle ou parallèle). Une fois le champ établi, on renvoie cette information vers les groupes et le mouvement reprend avec le nouveau champ.

Pour équilibrer la charge de calcul de manière équitable sur chaque processeur, il est possible de déplacer des particules d'un groupe à un autre lorsque le déséquilibre devient trop important à cause de la statistique. De cette manière, en plus de posséder le même nombre de points de grille, chaque processeur possède aussi le même nombre de particules.

Nous allons maintenant parler des outils utilisés pour mener à bien cette décomposition : OpenMP et MPI.

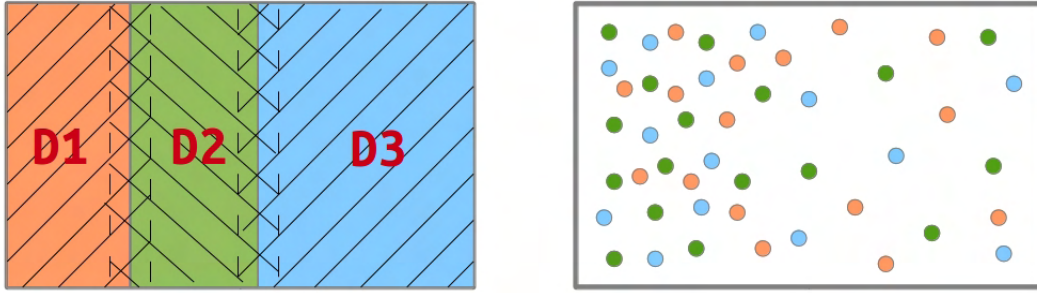


FIG. 2.12: Découpage du domaine entre 3 processeurs (à gauche). On peut remarquer la zone tampon qui permet de calculer les champs à la frontière. De plus la taille de $D3$ a été volontairement exagérée pour indiquer qu'il peut être judicieux d'adapter la taille du domaine en fonction de la densité de particules. Découpage des particules entre 3 processeurs (à droite). La répartition inhomogène des particules sur l'espace permet de bien comprendre qu'on ne se soucie pas de leur répartition spatiale, contrairement à la décomposition de domaine.

MPI

MPI est une interface de programmation qui fournit des instructions pour gérer l'échange de données entre mémoires privées. MPI signifie "Message passing interface" c'est à dire que l'on va envoyer des "messages" entre processeurs (cf. Fig. 2.13). On définit ce qu'on appelle un "processus" qui correspond à une entité possédant sa propre mémoire. Pour faire le lien avec ce qui a été dit dans l'introduction, un processeur de 4 cœurs peut représenter un tel processus car il possède sa propre mémoire privée (cf. Fig. 2.11). Dans ce cas là, on ne se soucie pas des cœurs car on désigne le processeur dans son ensemble. On verra à la prochaine section, comment mettre à contribution chaque cœur.

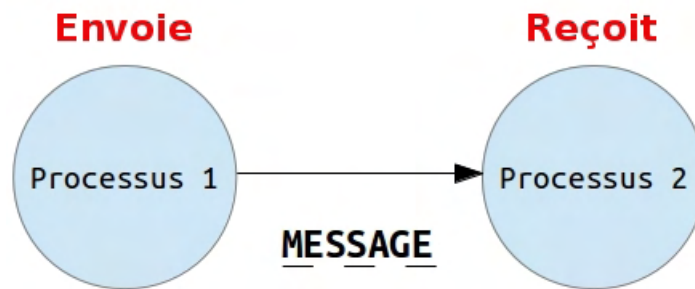


FIG. 2.13: Schéma représentant la transmission d'une information entre deux processus. Le processus 1 envoie un "message", par exemple un tableau de données au processus 2.

Nous avons dit que dans la décomposition de particules, chaque entité de calcul (processus) possède son lot de particules qui ne se "voient" pas, fonctionnant alors de manière indépendante. Ceci est vrai jusqu'au moment du cycle où ces processus doivent mettre en commun leur densité pour calculer la donnée de champ électrique, et récupérer à la fin ce nouveau champ électrique. Une interaction est alors introduite et cette étape est

réalisée grâce à des instructions MPI. On va par exemple spécifier explicitement grâce à une fonction *MPLReduce* : "que chaque processus envoie sa densité sur l'unité de calcul 0 pour être sommée avec les autres". Ensuite, "que 0 renvoie le champ calculé vers ses voisins" grâce à *MPLBcast* (broadcast). Ceci est illustré sur la figure 2.14.

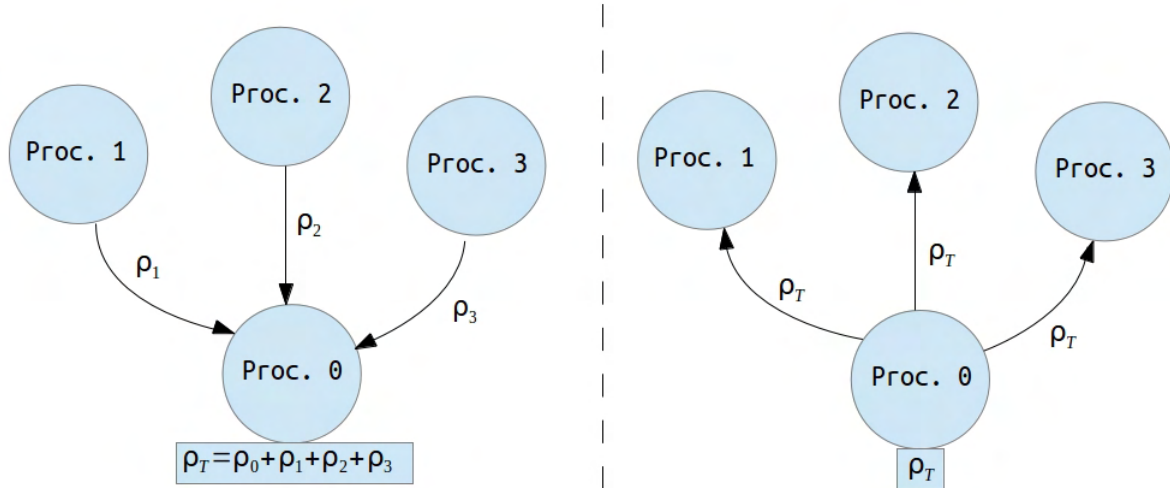


FIG. 2.14: Rapatriement des densités de chaque processus vers le processus 0 puis sommation sur le même processus (à gauche). Envoi de la densité totale vers tous les processus (à droite).

OpenMP

OpenMP est une interface de programmation qui fournit des instructions pour gérer la mémoire partagée par plusieurs processeurs (cœurs). On introduit avec OpenMP un niveau supérieur de parallélisation pour accroître l'efficacité. Considérons par exemple un code non parallélisé qui exécute des instructions les unes après les autres. Dans le cas d'instructions qui travaillent sur des éléments de tableaux, il est possible de partager ce travail entre plusieurs unités de calculs. Ainsi, dans un code fonctionnant en série, on partage temporairement la charge de travail en ouvrant un environnement de parallélisation, puis une fois le travail terminé, on quitte cet environnement (cf. Fig 2.15).

Dans son utilisation la plus répandue, on utilise OpenMP pour paralléliser les boucles **do** et charger ainsi chaque entité du calcul de quelques éléments de la boucle. La figure 2.16 illustre cette application. On effectue la somme de a et de b qui donne c . Chaque cœur est chargé d'un nombre d'éléments à sommer. Tous les tableaux sont présents dans la mémoire privée. L'implémentation d'OpenMP pour ce genre de cas est assez transparente. On définit seulement les boucles que l'on souhaite paralléliser en les incluant dans un espace particulier à l'aide de balises. Le choix du nombre d'éléments pour chaque cœur se fait alors sans l'influence de l'utilisateur.

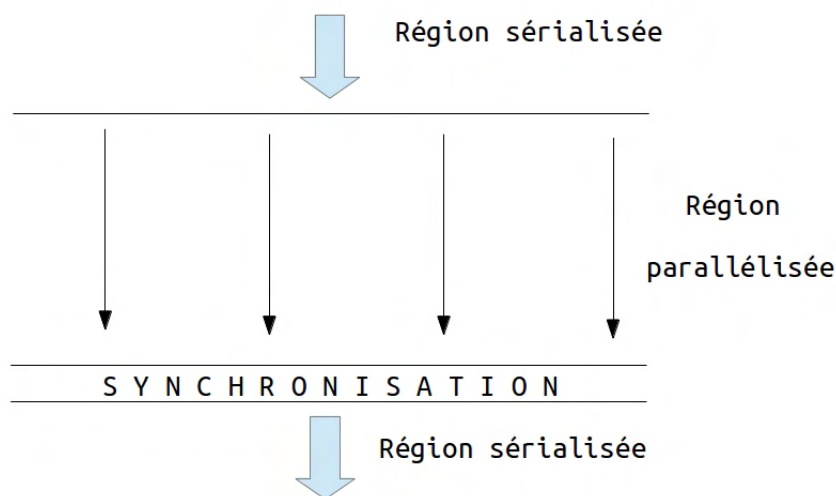


FIG. 2.15: Schéma représentant l'intégration de la parallélisation OpenMP dans un code en série.

Quelques boucles dans le code sont parallélisées de la sorte. Cependant, l'apport le plus important d'OpenMP à celui-ci se trouve dans une autre utilisation plus originale. C'est ce que nous allons présenter dans la partie suivante.

Implémentation

Le code possède une parallélisation hybride : MPI / OpenMP. Dans la décomposition de particules, celles-ci sont distribuées entre différents processeurs : ce sont les processus MPI. Chaque processus MPI possède donc sa part de particules. On rappelle que chaque processus peut être assimilé à un processeur de plusieurs cœurs et que le rôle de chaque cœur est laissé à la liberté du processus. Comment faire alors pour leur assigner une tâche particulière ? Pour les mettre à contribution, il y a certes la parallélisation de boucle dont on a parlé précédemment, mais il y a mieux. Les tableaux de particules, privés au sein du processus, peuvent être redécoupés entre chaque cœur des processeurs (cf. Fig. 2.17). Au final, chacun d'entre eux possèdera alors une petite partie de l'ensemble des particules.

L'avantage est certain. En effet, ce type de parallélisation est assez facile à mettre en œuvre et ne nécessite pas de connaître les fonctionnalités avancées de ces deux interfaces. De plus, l'association de MPI et d'OpenMP, conçus respectivement pour gérer la mémoire distribuée et la mémoire partagée permet de coller au mieux à la topologie physique du calculateur, garantissant ainsi une utilisation efficace des ressources matérielles. Néanmoins, ce n'est pas une règle absolue de vouloir respecter cette topologie car il existe toujours la possibilité de n'utiliser que MPI ou que OpenMP ou d'autres répartitions pour le même but. Les performances ne seraient par contre pas forcément optimales car malgré la souplesse d'utilisation de ces deux interfaces, les considérations matérielles représentent certaines limites en termes de temps de communications entre les mémoires, de rapidité

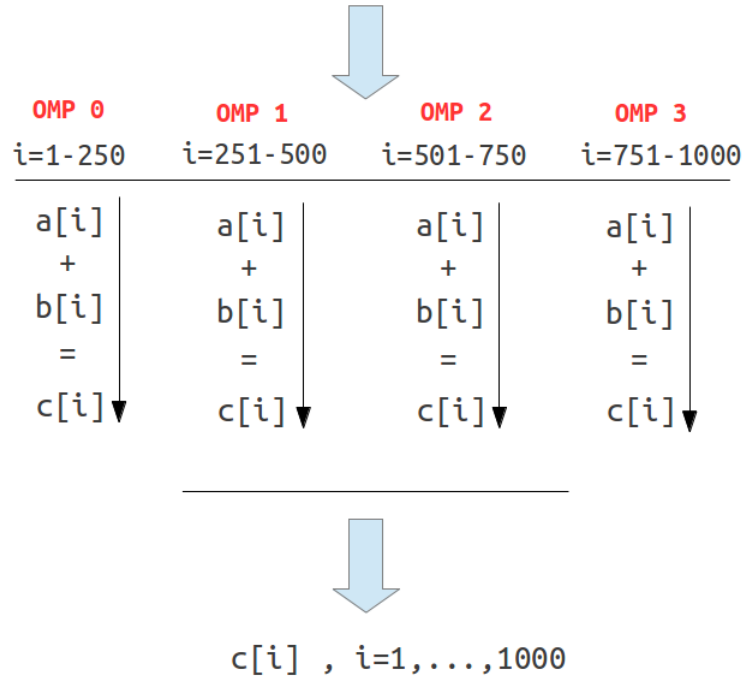


FIG. 2.16: Schéma représentant l'exécution d'une boucle parallélisée avec 4 threads OpenMP.

d'accès à ces mémoires et de taille allouable. Voir à ce sujet l'article de Rabenseifner et al. [62] qui évalue les performances de différentes topologies de parallélisation.

2.3.3 Discussion

Pourquoi avoir choisi une technique au détriment de l'autre? Pour répondre à cette question, il faut se rappeler pour quel type de problème ce code s'adresse. A cause du champ magnétique in-homogène et une collisionnalité faible, des forts gradients de densité existent. Sous l'angle numérique, cela se traduit par des zones de petits et grands nombre de particules. Si une décomposition de domaine avait été privilégiée, il aurait fallu définir des secteurs de tailles multiples pour garantir qu'un même nombre de particule s'y trouve. Cela aurait complexifié le problème pour un nombre de points de grille, finalement assez modeste.

Une décomposition en groupes de particules est plus simple à mettre en œuvre dans ce cas car il n'est plus nécessaire de se soucier des gradients de densité. De plus, chaque groupe étant identique, on ne prend pas en considération la géométrie du domaine. On peut citer par exemple l'injection. (Dans le cas d'une décomposition de domaine, il faudrait que ce soit le secteur proche de la cathode qui soit chargé de recevoir les particules

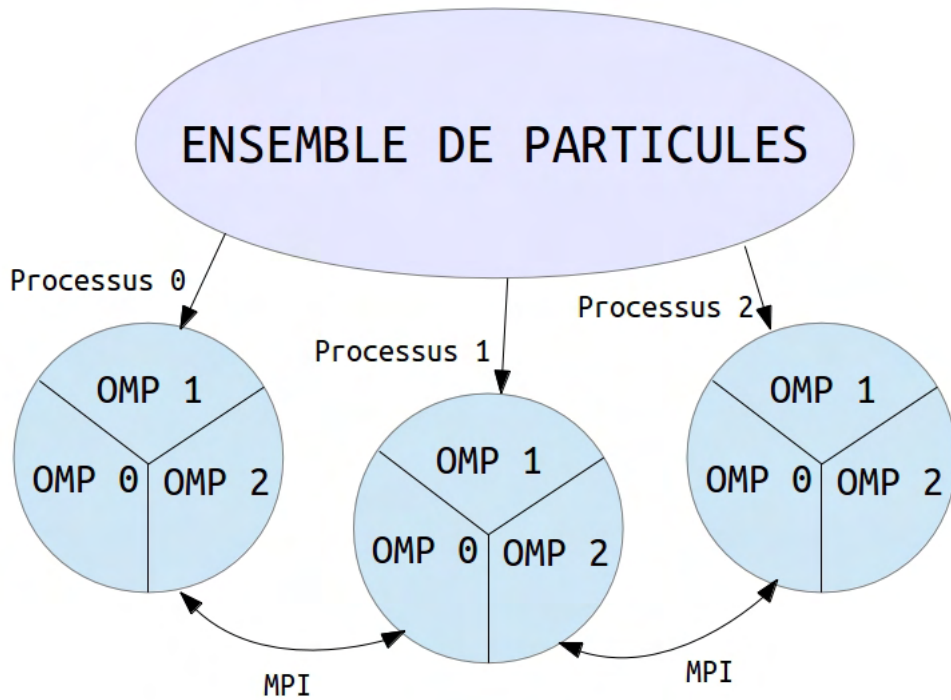


FIG. 2.17: Découpage des particules dans une parallélisation de type hybride MPI/OpenMP. Dans ce cas, l'ensemble est découpé en 3 processus MPI ayant chacun leur mémoire privée. Puis, on poursuit le découpage entre 3 unités (thread) OpenMP. La mémoire est partagée (facilitant l'échange de données) entre les threads. Pour le transfert de données entre processus, on utilise des fonctions MPI.

injectées. Son traitement serait donc différent des autres secteurs).

Concernant la résolution de l'équation de Poisson, comme nous l'avons dit dans la partie 2.3.1, il est important que chaque processeur soit chargé d'un même nombre de points de grille pour obtenir une parallélisation efficace. Il s'ensuit que dans la décomposition de domaine, si ceux-ci sont de tailles différentes, l'équilibrage sera mauvais pour le calcul du champ. L'approche suivie dans la décomposition de particules est différente. Trois solveurs ont été testés (section 2.2.1). Le point commun de ces trois solveurs est que le champ est calculé par un seul processus, la densité étant rapatriée sur celui-ci (section 2.3.2). La résolution par transformée de Fourier ainsi que Pardiso profitent tous deux d'une parallélisation OpenMP, donc des 4 cœurs présents sur le processeur assigné à cette tâche. AGMG ne possède pas de parallélisation OpenMP. De tout ceci, il apparaît que lorsque le processus 0 s'applique à calculer le champ, les autres processus patientent. C'est une non utilisation de la puissance de calcul disponible pendant un court instant, mais rendue raisonnable face à la rapidité du solveur.

Il serait pourtant utile de mettre à contribution tous les processus disponibles. L'utilisation d'AGMG en parallèle avec MPI amène quelques éléments de réponse. Il s'est avéré qu'à cause d'une grille de calcul trop petite, les communications entre processus étaient trop gourmandes face à un calcul du champ très rapide. Cette solution est donc destinée à des problèmes à grosses grilles.

Pour conclure sur cette partie, présentons maintenant les supercalculateurs que nous avons utilisés dans le cadre de cette thèse.

2.3.4 Supercalculateurs

Les supercalculateurs [1] (appelés aussi clusters ou fermes de calcul) sont des machines de calculs de grande puissance qui mutualisent les ressources d'ordinateurs indépendants. Leur atout majeur est de promouvoir et de permettre l'exécution d'applications parallélisées même si cela n'est pas une obligation. Ils sont donc incontournables pour les applications lourdes nécessitant un nombre important de processeurs pour être accélérées. Ils peuvent contenir jusqu'à plusieurs centaines de milliers de processeurs. Durant cette thèse, nous avons eu accès à deux supercalculateurs plus modestes, mais sans lesquels il aurait été impensable de simuler le propulseur, le calculateur du groupe GREPHE et celui du CALMIP.

Le calculateur du groupe GREPHE

Le supercalculateur du groupe GREPHE contient 16 nœuds de 2 processeurs quadri-cœur AMD OpteronTM cadencés à 2.1 Ghz. Il totalise donc 128 cœurs. Un nœud peut être assimilé à un ordinateur indépendant. Ces nœuds communiquent entre eux par liaison Ethernet et contiennent chacun 8 Go de mémoire vive. Pour le code, cette quantité de mémoire est largement suffisante étant donné qu'il est parallélisé sur plusieurs nœuds et que son occupation mémoire est alors répartie. Une utilisation type du code requiert 2 nœuds soit 16 processeurs. Simuler 1 μs prend environ 1 h ce qui est raisonnable. Nous avons jugé plus utile de ne réserver que 2 nœuds par simulation afin d'en lancer plus. Pour conclure sur cette courte présentation du cluster, nous ajoutons qu'il est alimenté par deux onduleurs permettant de supporter 20 minutes sans alimentation, calculs lancés. Le système d'exploitation en place est la distribution Linux Suse.

Le calculateur du CALMIP

Le supercalculateur du CALMIP [3], Hyperion, est constitué d'un cluster principal de 368 nœuds de 2 processeurs quadri-cœurs NehalemTM EX cadencés à 2,8 Ghz et 36 Go de RAM. Cela totalise 2944 cœurs. Il est de plus accompagné de deux nœuds SMP Altix UV, l'un de 48 processeurs Westmere EX octo-cores cadencés à 2,67 Ghz, 3 To de

mémoire RAM et l'autre de 16 processeurs Nehalem EX exa-cores cadencés à 2,67 Ghz, 1 To de mémoire RAM, respectivement. La connexion des nœuds entre eux se fait grâce à un système InfiniBand, nettement plus rapide que l'architecture Ethernet. Etant donné qu'Hyperion s'adresse à une communauté plus importante, il dispose d'un système de file d'attente PBS (Portable Batch System) lors du lancement des calculs. Son fonctionnement est plus transparent que sur le cluster du groupe GREPHE qui ne dispose pas d'interface de lancement. Enfin, dû à des spécifications techniques plus poussées, $1\mu s$ est simulée en 40 minutes.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre descriptif, nous avons présenté les outils de simulation en notre possession : le modèle PIC implicite et le modèle PIC explicite. Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur la réalisation du modèle explicite dont le schéma de discrétisation des trajectoires est plus facile à mettre en œuvre et à comprendre. Nous avons présenté outre le schéma de discrétisation, l'interpolation des charges sur la grille et le calcul du champ électrique. A ce stade, nous avons introduit trois solveurs dont nous nous sommes servis pour résoudre l'équation du champ : l'analyse spectrale, Pardiso et AGMG. Enfin, la méthode des collisions nulles pour la réalisation des collisions a été exposée ainsi que la description des neutres, reposant sur une méthode fluide.

La seconde partie de ce chapitre a concerné le schéma implicite. Nous nous sommes concentrés sur la méthode implicite directe, méthode implémentée dans le modèle. Nous avons dérivé les équations qui constituent les 3 étapes d'un cycle de calcul : le prepushe, le endpushe et s'intercalant entre celles-ci : le calcul du champ électrique. Pour mettre en perspective ce schéma dans la littérature, nous avons présenté une autre méthode implicite : la méthode des moments. D'autres directions de recherche ont aussi été abordées comme l'amélioration de la prédiction sur le champ ou l'amortissement ajustable.

Enfin pour clore ce chapitre, nous avons exposé les techniques de parallélisation utilisées dans le modèle et parlé des supercalculateurs sur lesquels nous avons simulé le moteur.

Maintenant que nous avons décrit en détails nos outils de simulation, nous allons montrer des résultats sous différentes conditions. Les deux prochains chapitres sont donc dédiés à la présentation et à l'analyse des résultats.

Chapitre 3

Des phénomènes fluctuants au sein du propulseur

Sommaire

3.1 Introduction	83
3.1.1 Conditions de démarrage	84
3.2 Validation de la méthode de scaling	85
3.2.1 Exploration du domaine de validité	85
3.2.2 Comparaison entre le modèle implicite et le modèle explicite	89
3.3 Déroulement d'une décharge type : 170 G, 300 V	91
3.3.1 Champ fluctuant azimuthal haute fréquence	94
3.3.2 Onde de champ axial	99
3.3.3 Champ fluctuant azimuthal basse fréquence	102
3.4 Conclusion	106

3.1 Introduction

Nous disposons de deux modèles PIC, un modèle comportant un schéma de discrétisation des trajectoires implicite, validé par Jean-Claude Adam et Anne Héron, et ce même modèle mais doté d'un schéma explicite. Un facteur de scaling y a de plus été implémenté afin de soulager les contraintes sur le pas de temps et le pas d'espace, inhérentes au schéma explicite. Dans un premier temps, nous allons simuler le fonctionnement du propulseur avec des constantes de scaling différentes. Nous dégagerons des tendances en fonction de ce facteur et isolerons celui qui nous semble le plus adapté pour décrire la physique du propulseur. Ces résultats seront ensuite comparés avec ceux obtenus avec des simulations implicites.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous présenterons les phénomènes fluctuants qui apparaissent lors d'une décharge. Le modèle explicite sera utilisé pour cette étude car il permet d'observer le développement de fluctuations, non présentes dans le modèle implicite. Nous parlerons avant tout du mode de respiration puis de l'instabilité de dérive azimutale (haute fréquence), toutes deux reproduites par les modèles mais qui présentent néanmoins des différences. Nous tenterons de prendre alors du recul sur le développement de l'instabilité haute fréquence en rappelant les résultats obtenus par Alexandre Ducrocq [23] sur la relation de dispersion de cette onde, dotée maintenant du facteur de scaling. A la suite de cette instabilité, nous présenterons un mode axial, l'instabilité de temps de transit et terminerons par un mode azimutal basse fréquence.

3.1.1 Conditions de démarrage

Le domaine de simulation est de 4 cm dans la direction \mathbf{x} et de 2 cm dans la direction \mathbf{y} . Les pas de temps et d'espace utilisés sont les suivants :

Implicite :

- $\Delta t = 0,15/\omega_c$
- $\Delta x, y = 0,16 \cdot 10^{-4}$ m soit 240 points de grille en \mathbf{x} et 128 en \mathbf{y} .

Explicite :

- $\Delta t = 0,05/\omega_p$
- $\Delta x, y = 0,2 \cdot 10^{-4}$ m soit 200 points de grille en \mathbf{x} et 100 en \mathbf{y} .

Ce faible nombre de points de grille utilisé avec le schéma explicite est lié au facteur de scaling. Nous allons détailler cette procédure dans la prochaine partie.

Le démarrage des simulations se fait de la manière suivante. Nous déposons une densité constante d'électrons et d'ions de 10^{18} m^{-3} sur tout l'espace. L'énergie des particules est choisie à partir d'une fonction de distribution maxwellienne avec une température de 1 eV. La densité initiale de gaz est distribuée suivant un profil de marche adoucie dont le maximum est égal à $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$. Ce profil est proche de celui que l'on obtient à l'état d'équilibre et nous permet alors de converger plus rapidement. La marche de xénon est présentée sur la figure 3.1. Nous y avons aussi représenté le champ magnétique imposé. Son profil restera inchangé pour toutes les simulations. Seul son maximum sera modifié. Le potentiel de gaine est fixé à 20 V de l'anode jusqu'au plan de sortie placé à 2,5 cm. Nous rappelons que l'ajout de ce potentiel permet de simuler l'influence des parois (les électrons dont l'énergie dirigée en \mathbf{z} est supérieure à ce potentiel sont réfléchis de manière isotrope). Sauf indication contraire, cette valeur restera inchangée. Enfin, le gaz xénon est injecté à l'anode avec un flux de 5 mg.s^{-1} .

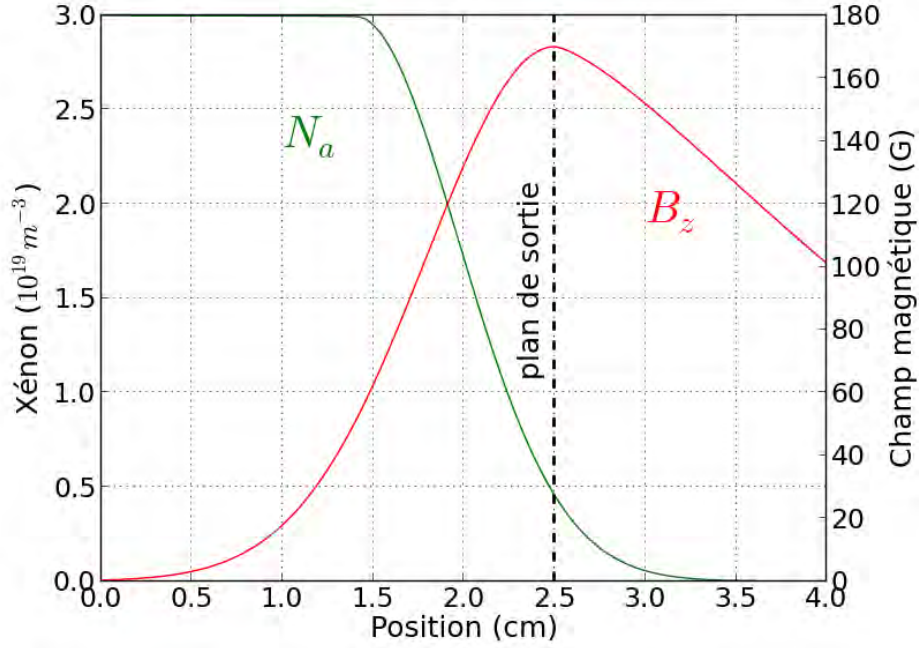


FIG. 3.1: Densité initiale de gaz et champ magnétique appliqué.

3.2 Validation de la méthode de scaling

3.2.1 Exploration du domaine de validité

Comme nous l'avons dit dans le chapitre 1, nous avons appliqué une méthode de scaling numérique pour le modèle explicite. On rappelle qu'elle se base sur un grossissement de la permittivité du vide ϵ_0 afin de relaxer les contraintes sur le pas de temps et le pas d'espace (qui sont liés à la fréquence plasma et à la longueur de Debye respectivement, voir la section 1.4.2). Ce scaling s'écrit ainsi :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0^* \alpha}} = \omega_p^* \alpha^{-1/2} \quad (3.1)$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{\alpha \epsilon_0^* k_b T_e}{n_e e^2}} = \lambda_d^* \alpha^{1/2} \quad (3.2)$$

e est la charge de l'électron, n_e est la densité électronique, k_b la constante de Boltzmann et T_e la température électronique. α est le paramètre de scaling. Les quantités étoilées sont les quantités avant scaling.

Les pas de temps et d'espace qui s'écrivent :

$$\Delta t^* \sim \frac{C}{\omega_p^*} \quad (3.3)$$

$$\Delta x, y^* \leq \lambda_d^* \quad (3.4)$$

où C est une constante, deviennent :

$$\Delta t = \Delta t^* \alpha^{1/2} \quad (3.5)$$

$$\Delta x, y = \Delta x, y^* \alpha^{1/2} \quad (3.6)$$

Nous avons entrepris une série de tests avec différentes valeurs de α , $\alpha = 1$ étant la valeur correspondante à la permittivité originale. Nous ne pouvons malheureusement pas descendre à une telle valeur étant donnée la charge de calcul considérable que cela représente. Nous allons néanmoins balayer une plage de valeurs plus élevées et observer le comportement du système. α sera abaissé autant que possible afin d'aboutir à un système qui ne varie plus en fonction de ce paramètre. Autrement dit, nous atteindrons une valeur de α telle que Δt et $\Delta x, y$ qui en dépendent seront suffisamment petits pour résoudre correctement les longueurs et temps caractéristiques des phénomènes fondamentaux du système. Les résultats des simulations avec une tension de 300 V pour 100 G et 170 G sont tracés sur les figure 3.2 et 3.3 respectivement. Nous avons utilisé différentes valeurs de α . Sur celles-ci sont tracés, la densité électronique (a), le champ électrique axial et azimutal¹ (b), la densité électronique axiale (c) et les mobilités fluides et collisionnelles (d). Ces quantités ont été moyennées en temps et suivant l'azimut.

La mobilité collisionnelle s'écrit :

$$\mu_{\perp, c} = \frac{e}{m_e \nu_m} \frac{1}{1 + (\omega_c / \nu_m)^2} \quad (3.7)$$

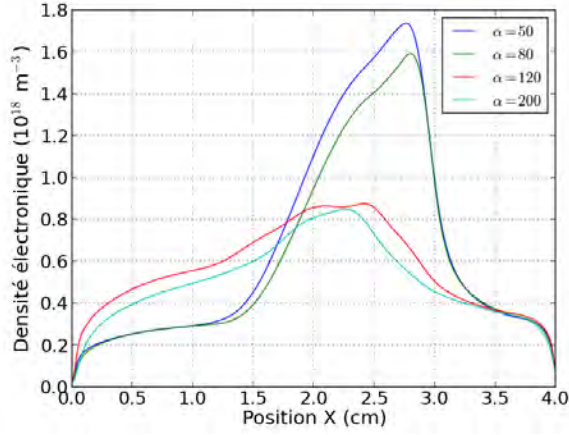
Elle est étroitement liée à la densité de neutres et au champ magnétique à travers le terme collisionnel ν_m et la fréquence cyclotronique ω_c respectivement. Les phénomènes physiques qui sont responsables du transport sont donc clairement définis. Nous utilisons les trois processus collisionnels pour calculer le terme ν_m : les collisions électron-neutre, les collisions pariétales et les collisions inélastiques d'ionisation.

La seconde mobilité est la mobilité fluide. Elle dépend de quantités macroscopiques :

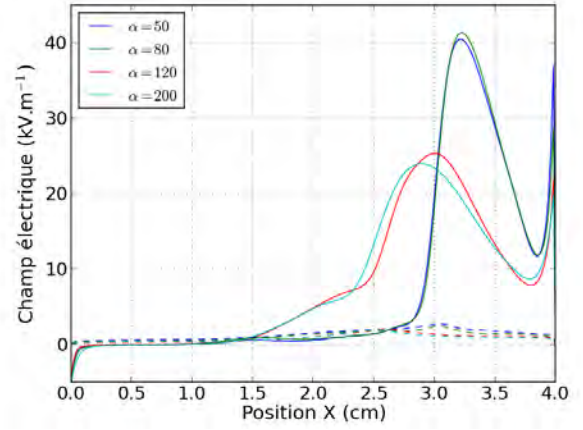
1. La valeur quadratique moyenne est employée pour le champ azimutal étant donné son caractère fluctuant.

$$\mu_{\perp, \text{fluide}} = -\frac{v_x}{E_x + \frac{2}{3q_e n_e} \nabla(n_e E_n)} \quad (3.8)$$

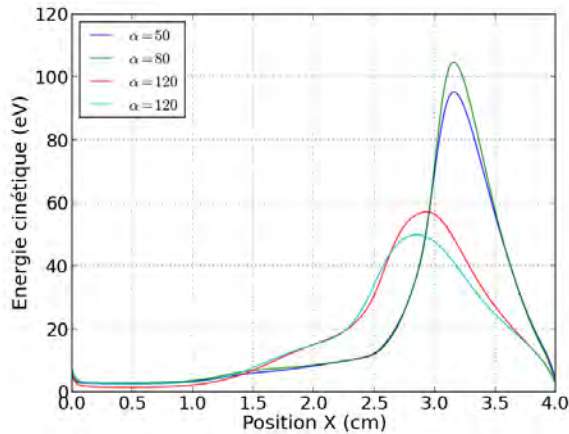
Elle provient de l'équation de quantité de mouvement (cf. équation (1.4)) simplifiée à l'aide de deux hypothèses : le tenseur de pression est diagonal et isotrope et les termes d'inertie temporelle et spatiale sont négligés par rapport au terme collisionnel et magnétique. Cette dernière hypothèse est d'autant plus justifiée que notre géométrie nous contraint à travailler perpendiculairement aux lignes de champs. Ainsi l'excursion des électrons est limitée par leur rayon de Larmor. Les collisions ont donc lieu sur des longueurs caractéristiques plus courtes que les variations macroscopiques de densité électronique.



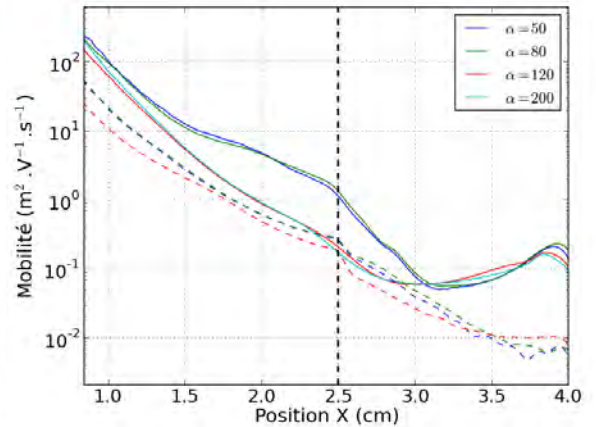
(a) Densité électronique.



(b) Champ électrique axial (trait plein) et azimuthal (trait discontinu).



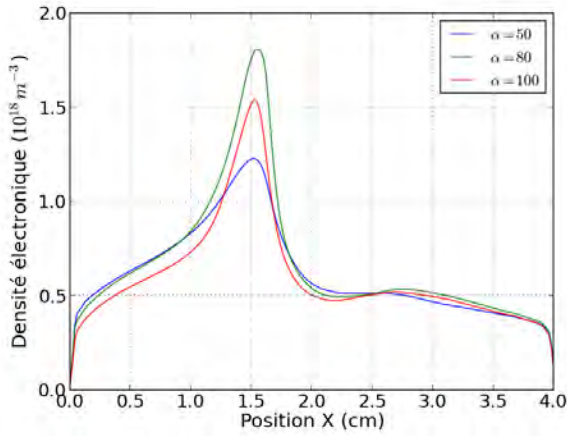
(c) Energie électronique.



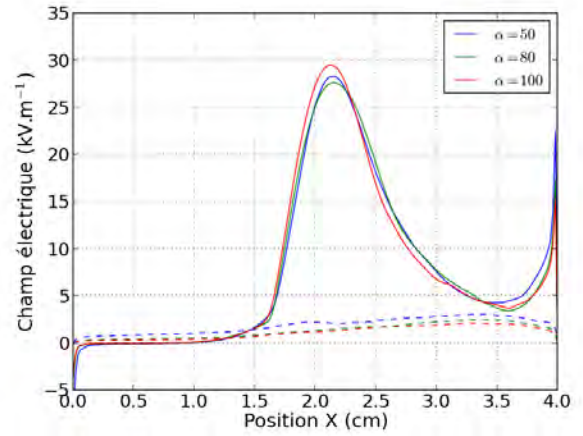
(d) Mobilité fluide (trait plein) et collisionnelle (pointillés).

FIG. 3.2: Profils pour différentes valeurs de facteur de scaling α . Le champ magnétique est de 100 G et la tension de 300 V.

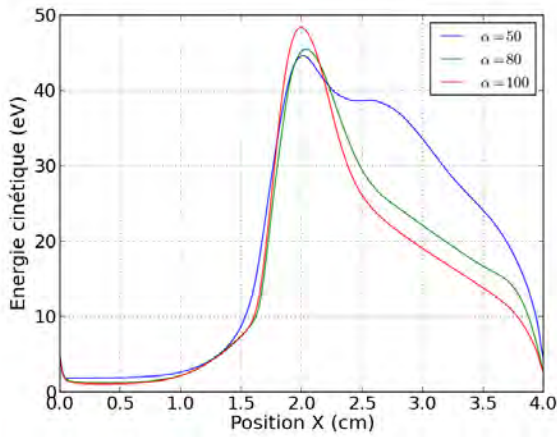
A 100 G, quatre valeurs du paramètre α ont pu être testées : 50, 80, 120 et 200. Comme on peut le voir sur les quatre figures 3.2, deux régimes se distinguent, au dessus de $\alpha=80$ et en dessous. Il semblerait que le rapport ω_p/ω_c où ω_c est la fréquence cyclotronique définisse le seuil de transition entre les deux régimes. Pour le modèle implicite ainsi que pour les simulations avec $\alpha < 80$, $\omega_p/\omega_c > 3$. Si $\omega_p/\omega_c < 3$ soit pour les simulations avec $\alpha > 80$, on change donc de régime.



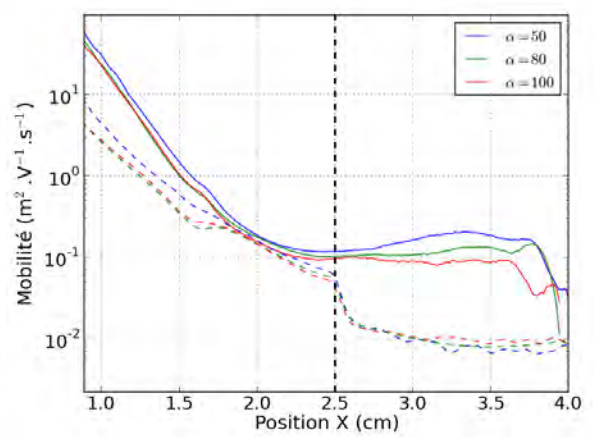
(a) Densité électronique.



(b) Champ électrique axial (traits pleins) et azimuthal (traits discontinus).



(c) Energie électronique.



(d) Mobilité fluide (traits pleins) et collisionnelle (pointillés).

FIG. 3.3: Profils pour différentes valeurs de facteur de scaling α . Le champ magnétique est de 170 G et la tension de 300 V.

A 170 G, les résultats sont plus compliqués à interpréter. Nous avons testé trois valeurs de α : 50, 80 et 100. Qualitativement, les profils sont en bon accord, excepté pour l'énergie électronique (cf. Fig. 3.3 (c)) qui est plus élevée dans la seconde moitié du domaine. Le scaling introduit inévitablement des modifications quantitatives sur le système. Cependant, nous voulons comprendre la physique du propulseur à travers un

modèle numérique. Il faut donc que les tendances observées avec le plus petit facteur de scaling atteignable soient reproduites avec un facteur de scaling plus grand. En pratique à 100 G, nous avons observé une modification radicale du système entre $\alpha = 80$ et $\alpha = 120$. A 170 G, nous n'avons comparé les résultats obtenus avec $\alpha = 80$ et $\alpha = 50$ mais nous n'avons pas noté de modification notable. En particulier, nous nous sommes concentrés sur les phénomènes turbulents comme l'instabilité azimuthale haute fréquence (décrite plus loin) et avons observé la même dynamique ainsi que le même nombre de modes. Pour cette raison, dans le reste de ce manuscrit, nous avons choisi de fixer la valeur de α à 80.

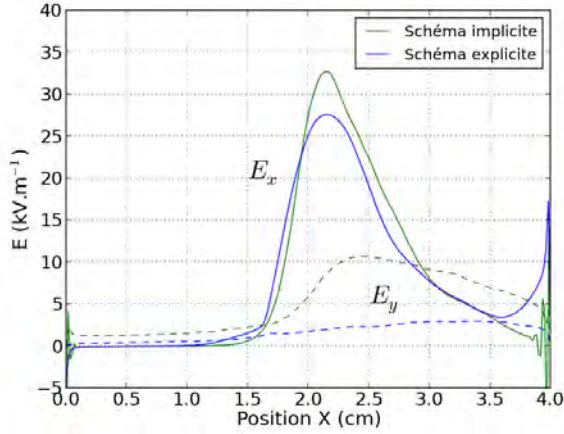
3.2.2 Comparaison entre le modèle implicite et le modèle explicite

Outre la phase de validation intrinsèque du modèle explicite, nous avons voulu comparer ses résultats à ceux du modèle implicite. En effet, comme nous l'avons indiqué, nous n'avons pas été en mesure de simuler le moteur avec un schéma explicite sans facteur de scaling à cause de la précision numérique requise. Auquel cas, il aurait été facile de conclure sur la part de responsabilité du scaling dans les résultats. A la place, nous nous sommes concentrés sur le modèle implicite car il a été validé par Jean-Claude Adam et Anne Héron [4].

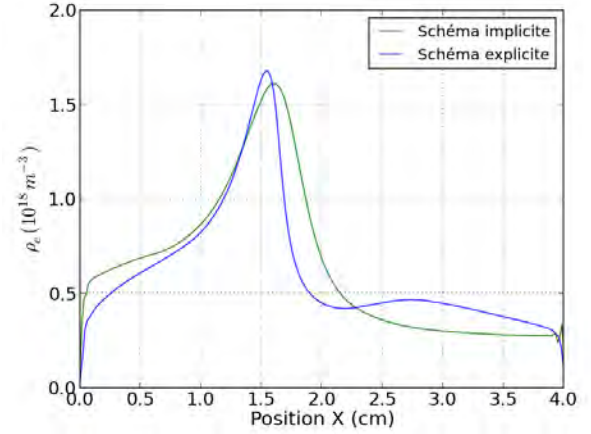
Nous présentons sur la figure 3.4 des comparaisons de résultats du modèle explicite et implicite. Nous avons tracé le champ électrique, la densité électronique et la mobilité fluide et collisionnelle, moyennés en temps et suivant l'azimut. Nous avons simulé le propulseur avec un champ magnétique de 170 G, un potentiel de 300 V et un facteur de scaling pour l'explicite égal à 80. Sur le profil de mobilité, nous avons tracé la mobilité fluide ainsi que la mobilité collisionnelle en prenant en compte les 3 processus collisionnels : collisions électron-neutre, collision électron-paroi et ionisation.

Le champ accélérateur calculé avec l'explicite est légèrement plus faible que celui de l'implicite mais qualitativement, les profils sont très proches. La valeur maximum plus petite est attribuée à la remontée cathodique beaucoup plus importante que celle du modèle implicite. La gaine de ce dernier est mal décrite (d'où les fluctuations à ce niveau) à cause de la taille des cellules qui ne permettent pas de résoudre la longueur de Debye. La différence la plus marquante constitue sans aucun doute la valeur quadratique moyenne du champ azimuthal. En explicite elle ne dépasse pas 5 kV.m^{-1} alors qu'en implicite elle dépasse 10 kV.m^{-1} . Cet écart permet de comprendre l'origine de la différence de mobilité fluide visible sur la figure 3.4 (c). En effet, l'instabilité de dérive introduite en section 1.14 se développe selon cette composante et participe au transport anormal, comme nous le verrons.

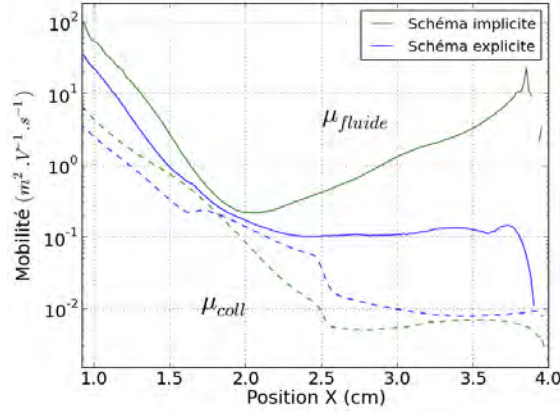
Par la suite, nous montrerons que l'instabilité qui se développe dans l'explicite présente un nombre de mode différent pour des conditions de simulation identiques. Le profil



(a) Composantes axiale (traits continus) et azimutale (traits discontinus) du champ électrique.



(b) Densité électronique.



(c) Mobilités fluide (traits continus) et collisionnelle (traits discontinus).

FIG. 3.4: (a): Profils moyennés en temps et en azimut du champ électrique (a), de la densité électronique (b) et de la mobilité (c) pour le schéma explicite (vert) et implicite (bleu). $B = 170$ G, $U_0 = 300$ V et le paramètre de scaling $\alpha = 80$.

de densité explicite présente une légère remontée dans la seconde moitié du domaine contrairement au cas implicite. Le transport axial étant moindre dans l'explicite, il est raisonnable de penser que se produit une plus forte accumulation de densité dans cette zone.

Pour l'instant, il est hasardeux de vouloir conclure sur les raisons de tels écarts et donc de savoir si un modèle est mauvais par rapport à l'autre. Ce qui est sûr, c'est que le transport est différent dans l'explicite et l'implicite. Cela constitue alors notre énoncé de base : étant donné un transport axial, comment se comporte la décharge ? C'est une liberté offerte par la modélisation numérique dont nous allons profiter.

3.3 Déroulement d'une décharge type : 170 G, 300 V

La difficulté à appréhender le fonctionnement du propulseur tient à son caractère instationnaire et à l'interdépendance de chaque mécanisme du système. Le phénomène le plus significatif et qui traduit le mieux les changements internes est sans doute le **mode de respiration**. Celui-ci a déjà été présenté dans le chapitre 1, section 1.5.2. Nous invitons donc le lecteur à s'y référer pour avoir une introduction du phénomène. Nous rappelons que la signature de ce mode est l'oscillation de courant de décharge. Nous avons donc tracé sa variation temporelle sur la figure 3.5 pour le modèle explicite et implicite. La superposition des deux courants permet de voir clairement une autre différence entre les deux modèles : l'amplitude des oscillations, plus grande pour l'explicite, amortie pour l'implicite.

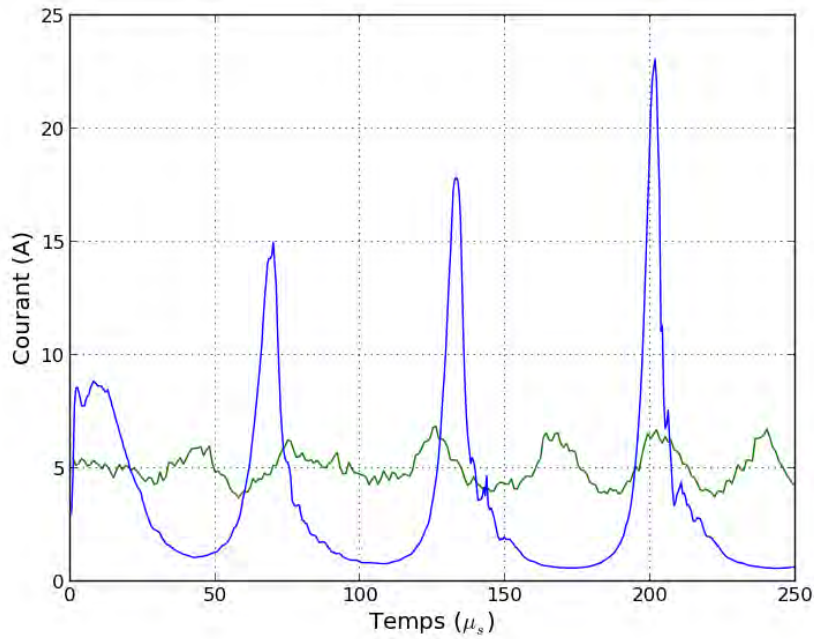


FIG. 3.5: Courant de décharge en fonction du temps, calculé par l'implicite (vert) et par l'explicite (bleu). $B = 170G$ et $U_0 = 300V$ dans les deux cas.

Sur la figure 3.6, nous avons tracé l'évolution temporelle de la densité de xénon en fonction de l'espace, pour le cas implicite et son équivalent explicite. Ces profils viennent confirmer que la variation du courant ionique est directement liée à la dynamique du xénon. Plus précisément, nous avons superposé sur la figure 3.7 une coupe de xénon prise à 2 cm selon x en fonction du temps, sur le profil du courant de décharge. La corrélation entre les oscillations de xénon et le courant est clairement visible. En effet, on note que le courant croît lorsque chute la densité de xénon ce qui nous renseigne sur la dynamique de l'ionisation. Les ions ainsi nouvellement créés sont accélérés vers l'extérieur du propulseur

aboutissant au pic observé. Une fois le xénon épuisé, la production d'ions s'arrête et le courant chute à son tour.

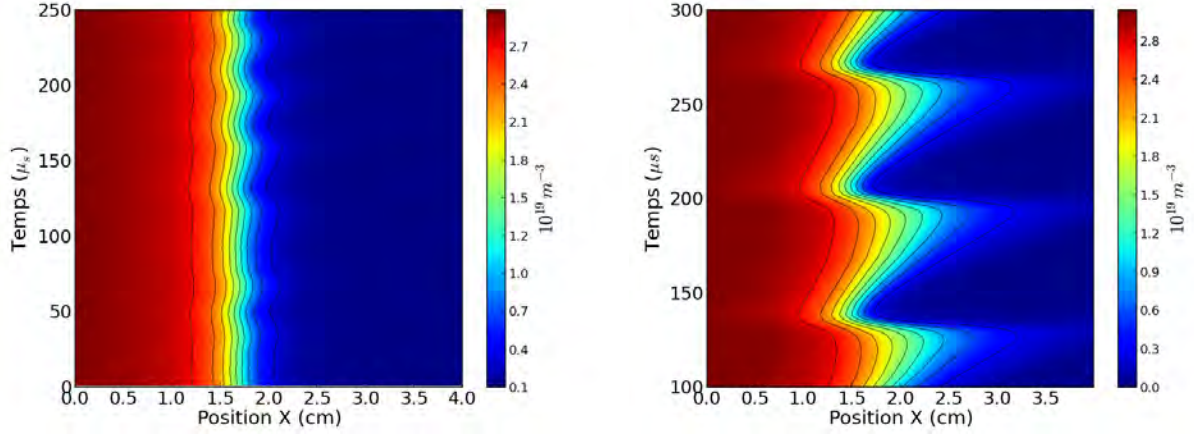


FIG. 3.6: Contours de densité de neutres en fonction de l'espace et du temps dans le cas implicite (à gauche) et explicite (à droite).

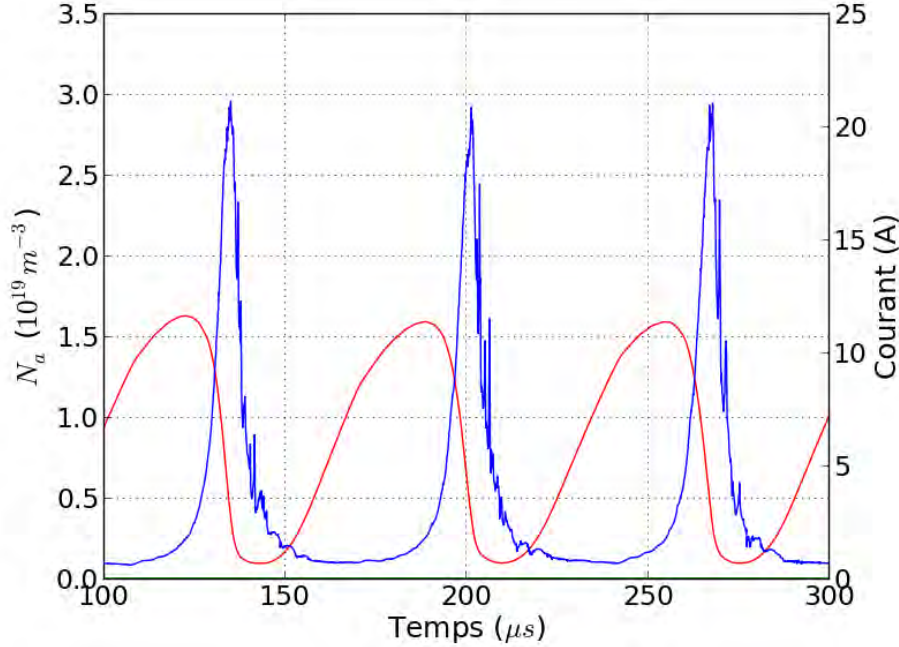


FIG. 3.7: Courant de décharge en fonction du temps superposé à une coupe de xénon prise à 2 cm. Ces résultats proviennent du modèle explicite pour des paramètres d'entrée qui sont : $B = 170G$ et $U = 300V$ pour les deux cas.

Ce mécanisme n'est bien entendu pas une nouveauté dans la communauté de la propulsion spatiale, comme en atteste la quantité de publications sur ce sujet [16], [32], [20], [15], [11], [27].

Malgré la richesse d'informations que l'on peut trouver dans ces publications, nous souhaitons apporter des précisions supplémentaires à la lumière des résultats de nos modèles PIC. Il nous a semblé intéressant, en effet, de mettre en avant l'influence du transport électronique sur la dynamique du mode d'ionisation. Des auteurs se sont déjà penchés sur la question comme Hagelaar et al. [34], en utilisant un modèle hybride présenté dans l'introduction. Comme nous l'avons dit, ils ne peuvent pas décrire de manière auto-cohérente le transport. En augmentant ou en diminuant des coefficients de transport, ils ont été en mesure de moduler l'amplitude des oscillations de courant. La raison est que comme l'amplitude du champ électrique axial et le transport électronique sont étroitement liés, l'énergie incidente des électrons, gagnée dans le champ électrique dépend alors indirectement du transport électronique. On peut donc dire qu'en jouant sur les mécanismes responsables du transport, on joue directement sur la manière dont se déroule l'ionisation et donc, sur le caractère du mode qui en dépend. Cependant, les coefficients de transport sont figés dans le temps et on ne peut donc rien dire sur une éventuelle variation temporelle de celui-ci. De plus, une question reste en suspens concernant la nature du transport : **est-ce un transport collisionnel, un transport fluctuant, ou une combinaison des deux ?**

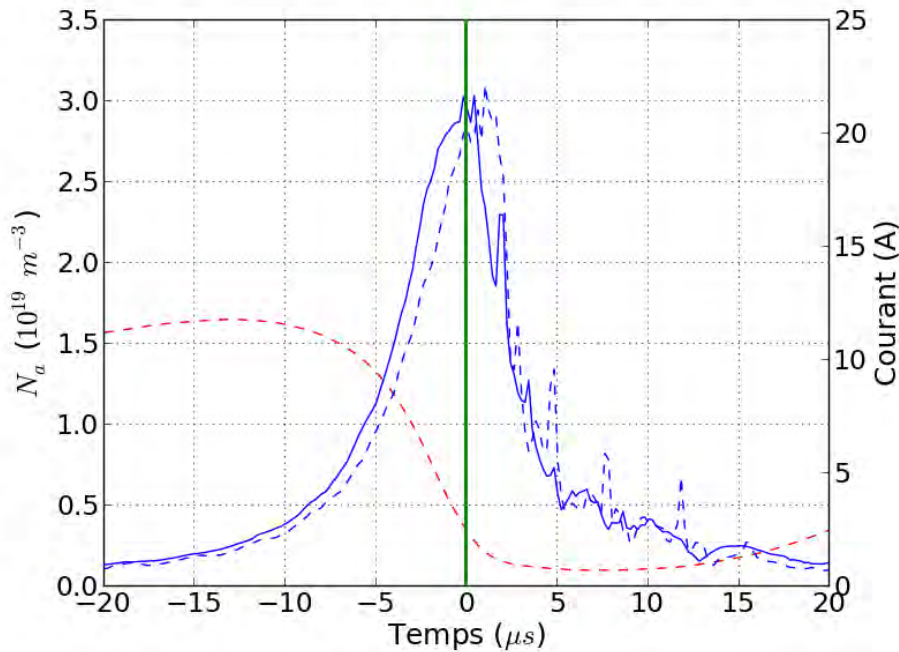


FIG. 3.8: Pic de courant de décharge (trait bleu continu) et ionique de sortie (trait discontinu bleu) en fonction du temps, coupe à 2 cm du profil de xénon (trait rouge discontinu). $B = 170\text{G}$, $U_0 = 300\text{V}$.

Nous allons profiter de la description auto-cohérente du transport électronique offerte par nos modèles PIC pour répondre à ces questions. Pour simplifier l'analyse, nous allons

décomposer les phases d'une seule oscillation car cette dernière dépend en amont de phénomènes dynamiques à déterminer. Nous nous plaçons alors sur une période d'oscillation comme on peut le voir sur la figure (3.8). La densité de xénon y est aussi tracée à l'instar de la figure (3.7). Cette figure est essentielle pour la description qui va suivre car elle permet au lecteur de se repérer par rapport à l'instant de la décharge : la phase montante, le pic et la phase descendante. Par ailleurs, pour marquer cette transition, **nous avons centré le temps au maximum du pic**. Cette convention sera maintenue dans le reste de ce manuscrit.

Au cours de la décharge, nous avons noté l'apparition de deux phénomènes ondulatoires : une onde de champ azimuthal haute fréquence (l'instabilité de dérive azimuthale) dans la montée de courant, et une onde de champ axial dans la chute. Il existe en fait un troisième phénomène ondulatoire qui n'apparaît que dans une situation plus spécifique. Lorsque l'on baisse le champ magnétique à 100 G et que la tension est fixée à 300 V, on fait baisser l'amplitude des oscillations de courant et il est alors quasiment constant. Apparaît alors ce troisième phénomène ondulatoire : une onde azimuthale basse fréquence. Nous allons maintenant les décrire.

3.3.1 Champ fluctuant azimuthal haute fréquence

Sur la figure 3.9, nous avons tracé en (a) et (c) le champ azimuthal ainsi que la densité électronique en (b) et (d) avant et après le pic de courant. On note le développement d'une onde de champ qui disparaît dans la chute. C'est l'instabilité de dérive azimuthale. On montrera qu'elle apparaît lorsque la collisionnalité baisse et qu'elle participe alors au transport des électrons. Nous verrons en effet qu'à son existence est liée un transport important de matière au centre du domaine jusqu'à un instant coïncidant avec le pic de courant (cf. Fig. 3.9 (d)).

La fréquence mesurée de l'onde (cf. Fig. 3.10) est de 3 MHz. A. Ducrocq [23] et Adam et al. [4] ont étudié la relation de dispersion de cette onde et ont montré qu'elle rentrait dans un régime instable lors de résonances entre sa fréquence et la fréquence cyclotronique des électrons. Cette instabilité est aussi observée dans le modèle implicite mais présente quelques différences. En effet, alors qu'ici le mode spatial dominant est $m=12$, il est d'environ $m=20$ dans l'implicite (cf. Fig 1.14) pour les mêmes conditions de fonctionnement : $B=170$ G et $U_0=300$ V. Cette instabilité est visible tout au long d'une simulation implicite mais présente néanmoins des variations d'amplitude en fonction de la phase du courant de décharge.

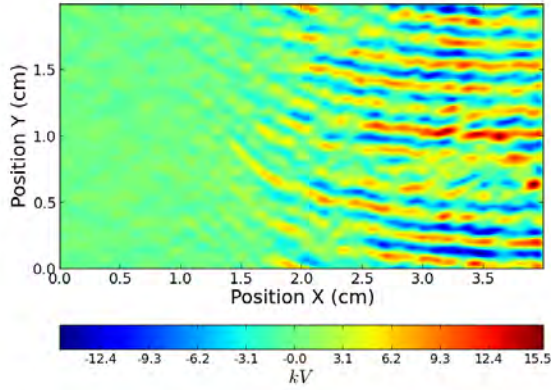
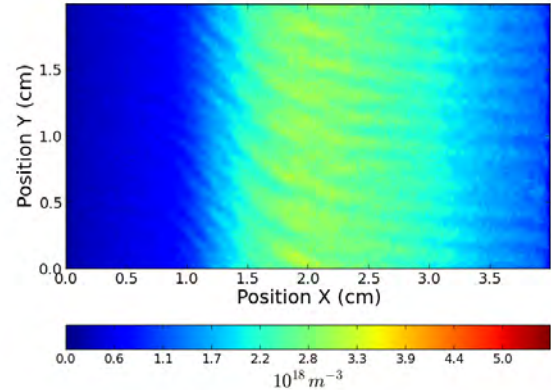
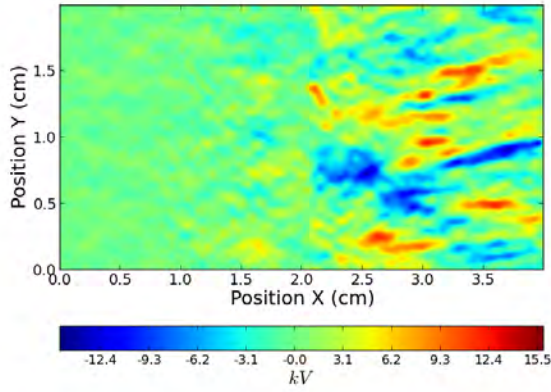
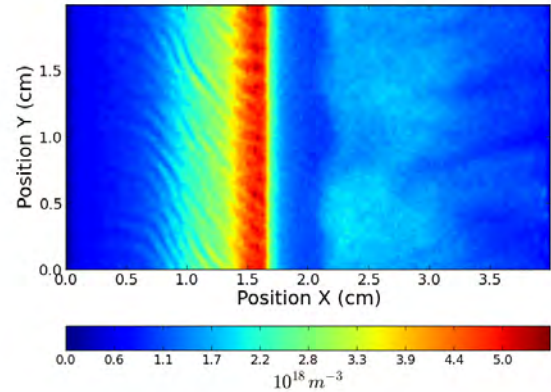
(a) Champ azimuthal à $t = -3 \mu s$.(b) Densité électronique à $t = -3 \mu s$.(c) Champ azimuthal à $t = 2,5 \mu s$.(d) Densité électronique à $t = 2,5 \mu s$.

FIG. 3.9: Profils de champ azimuthal et de densité électronique avant le pic (d'où le signe négatif) et après le pic. Le champ magnétique est de 170 G et la tension de 300 V.

Relation de dispersion avec facteur de scaling

Pour tenter de comprendre les différences observées entre ces deux modèles, nous allons rappeler la relation de dispersion de l'instabilité telle qu'obtenue par Adam et al. et A. Ducrocq. Pour dériver l'équation, les hypothèses suivantes ont été faites :

1. Le champ électrique est constant et purement axial. Le champ magnétique est constant et purement radial.
2. La vitesse de dérive V_d est suffisamment large pour négliger la vitesse de dérive magnétique et la vitesse de dérive diamagnétique.
3. Les ions sont froids et leurs trajectoires ne sont pas affectées par le champ magnétique.
4. Les électrons sont décrits à l'aide d'une distribution maxwellienne où la température

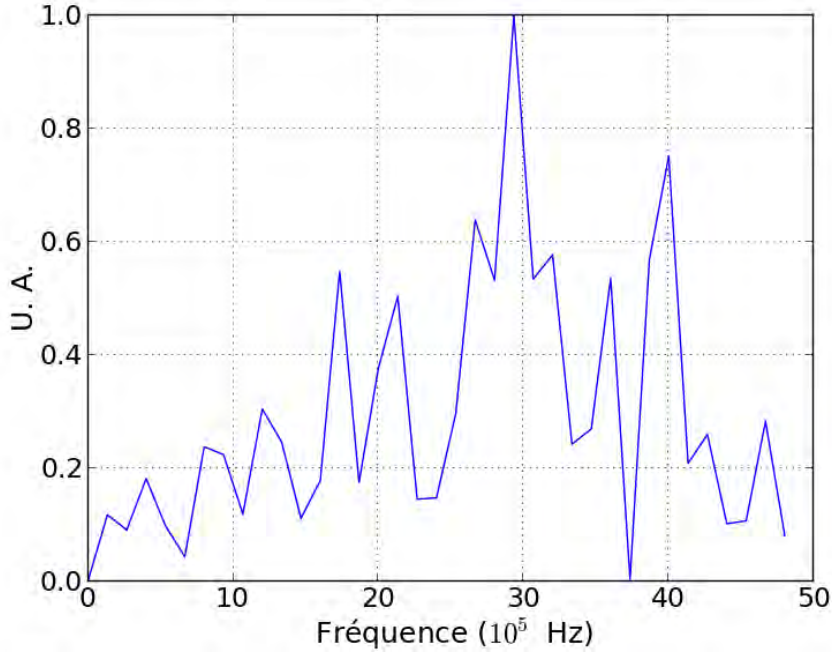


FIG. 3.10: Fréquence de l'instabilité azimutale.

est isotrope. Elle est centrée en V_d , la vitesse de dérive électrique.

$$f_0 = n_0 \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{(v - V_d)^2}{2V_{th}^2} \right) \quad (3.9)$$

où n_0 est la densité non perturbée, V_{th} la vitesse thermique, T_e la température électronique, m_e et k_B la masse de l'électron et la constante de Boltzmann respectivement.

La densité ionique est exprimée en fonction des équations fluides puis est linéarisée. La densité électronique provient de l'équation de Vlasov linéarisée à l'ordre 1. Une perturbation électrostatique est prise en compte :

$$\Phi = \phi e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - (\omega_r + i\gamma)t)} \quad (3.10)$$

où k est réel et la fréquence complexe est composée de la fréquence réelle ω_r et du taux de croissance γ . Enfin, les densités perturbées sont injectées dans l'équation de Poisson. Finalement la relation de dispersion s'écrit :

$$k_{\perp}^2 \lambda_d^2 \left(1 - \frac{m_e \omega_p^2}{m_i \omega^2} \right) + 1 - I_0(b) e^{-b} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2(\omega - k_y V_d)^2 I_n(b) e^{-b}}{(n\omega_c)^2 - (\omega - k_y V_d)^2} = 0 \quad (3.11)$$

où k_{\perp} et k_y sont les normes des composantes du vecteur d'onde perpendiculaire au champ magnétique et suivant \mathbf{y} , λ_d la longueur de Debye, m_i la masse d'un ion respectivement, ω , ω_p et ω_c la fréquence de l'onde, la fréquence plasma et la fréquence cyclotronique respectivement et V_d la vitesse de dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. I_0 et I_n sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et n respectivement avec n entier, et b un paramètre égal à $b = k_y^2 V_{th}^2 / \omega_c^2$.

Avant de résoudre la relation de dispersion numériquement, A. Ducrocq a dérivé analytiquement les taux de croissance de l'instabilité pour plusieurs cas asymptotiques :

1. L'hypothèse plasma froid : $b \ll 1$ et $\xi \gg 1$ où ξ est un paramètre présent dans la fonction de Fried et Conte Z qui dépend de la vitesse thermique. Il obtient une zone instable qui est :

$$\begin{aligned} V_{th}/V_d &\ll 1 \\ \omega_c &< k_y V_d < \omega_{UH} \end{aligned}$$

où $\omega_{UH} = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_c^2}$ est la fréquence hybride haute. Avec le facteur de scaling, la seconde équation devient :

$$\omega_c < k_y V_d < \sqrt{\omega_p^{*2} \alpha^{-1} + \omega_c^2}$$

Le facteur de scaling réduit donc la plage instable. Pour une densité électronique de $1,2 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$, un champ magnétique de 170 G, un champ électrique de 27 kV.m^{-1} , une longueur d'azimut de 2,1 cm et un facteur de scaling de 80 (valeurs prises à partir de la figure 3.4), la plage instable est réduite de telle sorte que seules les modes m inférieurs ou égaux à 19 sont instables ($m = y_{\text{long}}/(2\pi)k_y$ où y_{long} est la longueur en azimut). Cette valeur est proche du mode m=13 que l'on voit se développer dans l'explicite.

Le taux de croissance de l'instabilité sous l'hypothèse plasma froid avec le facteur de scaling² α s'écrit :

$$\gamma = \omega_{pi}^* \sqrt{\frac{k_y^2 V_d^2 - \omega_c^2}{\omega_p^{*2} + \alpha(\omega_c^2 - k_y^2 V_d^2)}} \quad (3.12)$$

De plus, lorsque la condition de résonance est remplie $k_y V_d = \omega_{UH}$, il devient :

2. On rappelle que les quantités étoilées sont les quantités originales.

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_p^* \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3} \left(\frac{\omega_p^*}{2\sqrt{\alpha^3 \omega_p^2 + \alpha^4 \omega_c^2}} \right)^{1/3} \quad (3.13)$$

Le facteur de scaling réduit donc les taux de croissance.

2. Le cas $k_y V_d \approx n\omega_c$ avec $\omega \ll k_y V_d$. Au voisinage de la résonance, le taux de croissance s'écrit :

$$\gamma = k_\perp \lambda_d^* \omega_{pi}^* \sqrt{\frac{\delta}{n_0 \omega_c I_n e^{-b}}} \quad (3.14)$$

où δ est un petit déplacement tel que $k_y V_d = n\omega_c + \delta$.

Dans ce cas, le taux de croissance n'est pas affecté par α . De plus, les régions de stabilité et d'instabilité ne sont pas modifiées car α n'intervient pas dans les critères de stabilité. Lorsque $\delta = 0$, on entre dans la région instable si : $k_y V_d > n\omega_c$ et $F(k_y V_d) < 0$, où F est la relation de dispersion. Si $k_y V_d < n\omega_c$ et $F(k_y V_d) > 0$ les perturbations sont stables.

3. La transition $F(k_y V_d) = 0$. Cette transition se situe entre les régions de stabilité et d'instabilité. Le taux de croissance s'écrit :

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} (k_{\perp 0} \lambda_d^*)^{2/3} \left(\frac{k_0 \omega_{pi}^{*2}}{\partial F / \partial V_d} \right)^{1/3} \quad (3.15)$$

où $k_{\perp 0} = \sqrt{k_x^2 + k_0^2}$ avec k_0 la valeur de k telle que $F(k_0 V_d) = 0$.

A nouveau, le taux de croissance n'est pas affecté par α .

Il semblerait donc que l'ajout du facteur de scaling n'ait pas d'influence sur les taux de croissance de l'instabilité hormis sous l'hypothèse plasma froid. Cependant, celle-ci n'est pas vérifiée dans le cas de nos simulations explicites. En effet, pour une vitesse thermique de 30 eV (qui est l'ordre de grandeur observé dans le modèle explicite) et un nombre d'onde k_y correspondant à un mode $m=13$, le facteur b est supérieur à 1. Nous avons aussi vu que pour les autres hypothèses (à la résonance et entre deux résonances), le facteur de scaling n'introduisait pas de modification du taux de croissance. Toutefois, la présence dans la relation de dispersion du terme $k_\perp^2 \lambda_d^2 = k_\perp^2 \lambda_d^{*2} \alpha$ introduit bien une différence qu'il est difficile de quantifier en l'absence d'une résolution numérique de la relation de dispersion. Il est donc difficile à ce stade de conclure à la lumière des résultats analytiques, sur les modifications introduites par le facteur de scaling.

3.3.2 Onde de champ axial

Sur le profil de courant d'ions en explicite, on peut voir clairement dans la phase descendante de l'oscillation de légères perturbations de courant (cf. Fig. 3.8). Pour avoir une image plus précise de la dynamique du champ électrique, nous avons tracé sur la figure 3.12 différents profils spatiaux du champ axial à six instants successifs. Comme on peut le voir, on observe la progression d'un front de champ en direction de la sortie, c'est à dire la progression d'une onde axiale. A 170G et 300V, ce phénomène se reproduit de manière périodique jusqu'à amortissement total du champ électrique à la fin de la chute. A tension plus basse, nous avons observé que ce phénomène perdurait au cours de la décharge bien que variant en intensité suivant la phase de courant.

Sur la figure 3.11, nous avons tracé la transformée de Fourier du mode dominant. On note un premier pic proche de zéro qui correspond au mode de respiration précédemment décrit. Il est mal résolu à cause de la fenêtre temporelle choisie que nous avons placé dans la chute de courant. Cependant, un choix plus judicieux des bornes nous a permis de mesurer une fréquence de 15 kHz. On observe ensuite deux autres pics, un à 200 kHz et un autre à 500 kHz. Il est difficile de différencier la nature de chaque pic mais l'ordre de grandeur est celui de l'instabilité de temps de transit que nous avons présentée dans l'introduction, section 1.5.2.

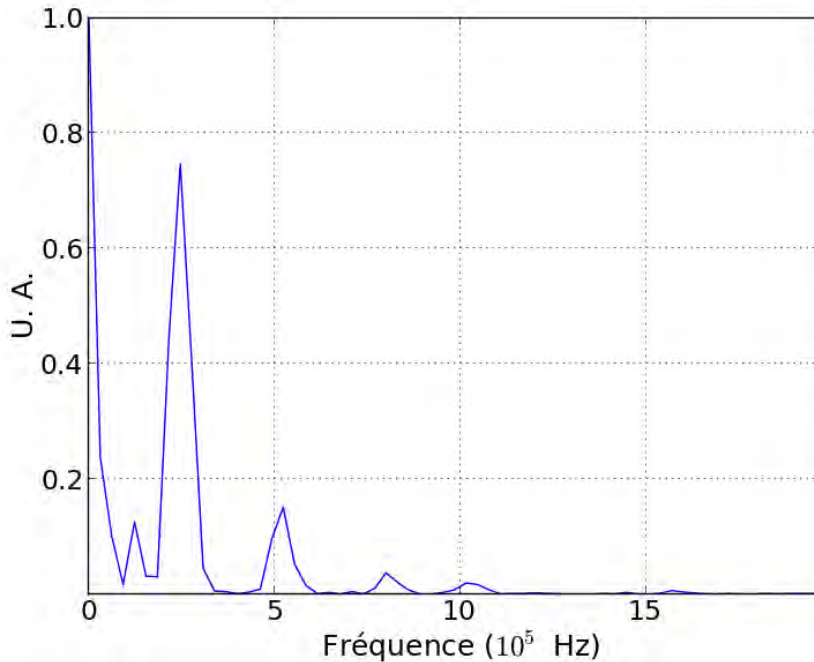


FIG. 3.11: *Transformée de Fourier du champ accélérateur, dans la direction axiale à 170 G et 300 V.*

Cette onde tient son nom de sa fréquence qui correspond à l'inverse du temps que

prennent les ions (de vitesse v_i) pour traverser la zone d'accélération de longueur L_a soit :

$$\omega = \frac{v_i}{L_a} \quad (3.16)$$

Un calcul rapide supposant une vitesse constante de 20 km.s^{-1} (c'est l'ordre de grandeur de la vitesse d'éjection des ions habituellement constatée pour les caractéristiques de ce propulseur, avec une tension appliquée de 300 V) sur une longueur de 2 cm, permet d'obtenir une fréquence de 100 kHz, soit le même ordre de grandeur observé.

La retenue est cependant de rigueur sur sa nature exacte car son origine n'est pas claire. Nous allons toutefois présenter au lecteur le comportement de ce mode telle qu'il nous apparaît dans le modèle explicite. L'instabilité de temps de transit a été observée et étudiée dès les débuts de la propulsion à effet Hall [25] car elle était très présente sur les premiers propulseurs. Des manifestations de cette perturbation sont aussi visibles dans les modèles numériques de Fife. [27] et Hagelaar et Bareilles [34], [6]. Enfin, Barral et al. la décrivent à partir d'un modèle analytique [8].

L'impact sur les ions étant notable (à travers le courant d'ions), nous proposons de démarrer l'étude de cette oscillation en nous concentrant sur la dynamique du flux d'ions lorsqu'elle est active. Dans cette optique, nous avons tracé l'espace des phases 2-dimensions de l'énergie cinétique des ions en fonction de leur position axiale (Fig. 3.14). Six instants ont été repérés. La variation du potentiel aux mêmes instants (moyenné en azimuth) se trouve sur la figure 3.13 où l'on note la progression d'une perturbation vers la sortie. Dans l'espace des phases, l'effet de cet onde est visible sur le faisceau d'ions. Celui-ci est refroidi ou chauffé suivant la phase de l'onde à des valeurs pouvant excéder le potentiel appliqué (voir en parallèle la figure 3.13). Enfin, lorsque l'énergie des ions baisse, on remarque l'apparition d'une seconde population plus froide. Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1, Hagelaar et al. [34] ont aussi noté (cf. Fig. 1.19) l'apparition de deux populations d'ions.

Sans remettre en cause les conclusions des précédents auteurs, nous proposons dans ce court exposé une approche différente de ce mode. Pour rappel, ils expliquent que deux populations se créent à cause du déplacement axial du potentiel. Les ions issus de l'ionisation ne "voient" pas la même chute de potentiel suivant que le potentiel recule ou avance. De plus, lorsque le front de potentiel avance, il se produit un effet de résonance ("wave riding") entre le mouvement des ions et le mouvement du front. Ceux-ci gagnent alors une quantité d'énergie supérieure à celle qu'ils auraient gagnée dans une chute statique.

Dans le modèle explicite, nous observons un comportement différent. En effet, alors que les précédents auteurs positionnent l'apparition des deux populations dans la zone d'accélération, les résultats montrent ici qu'elles sont générées au passage d'une onde

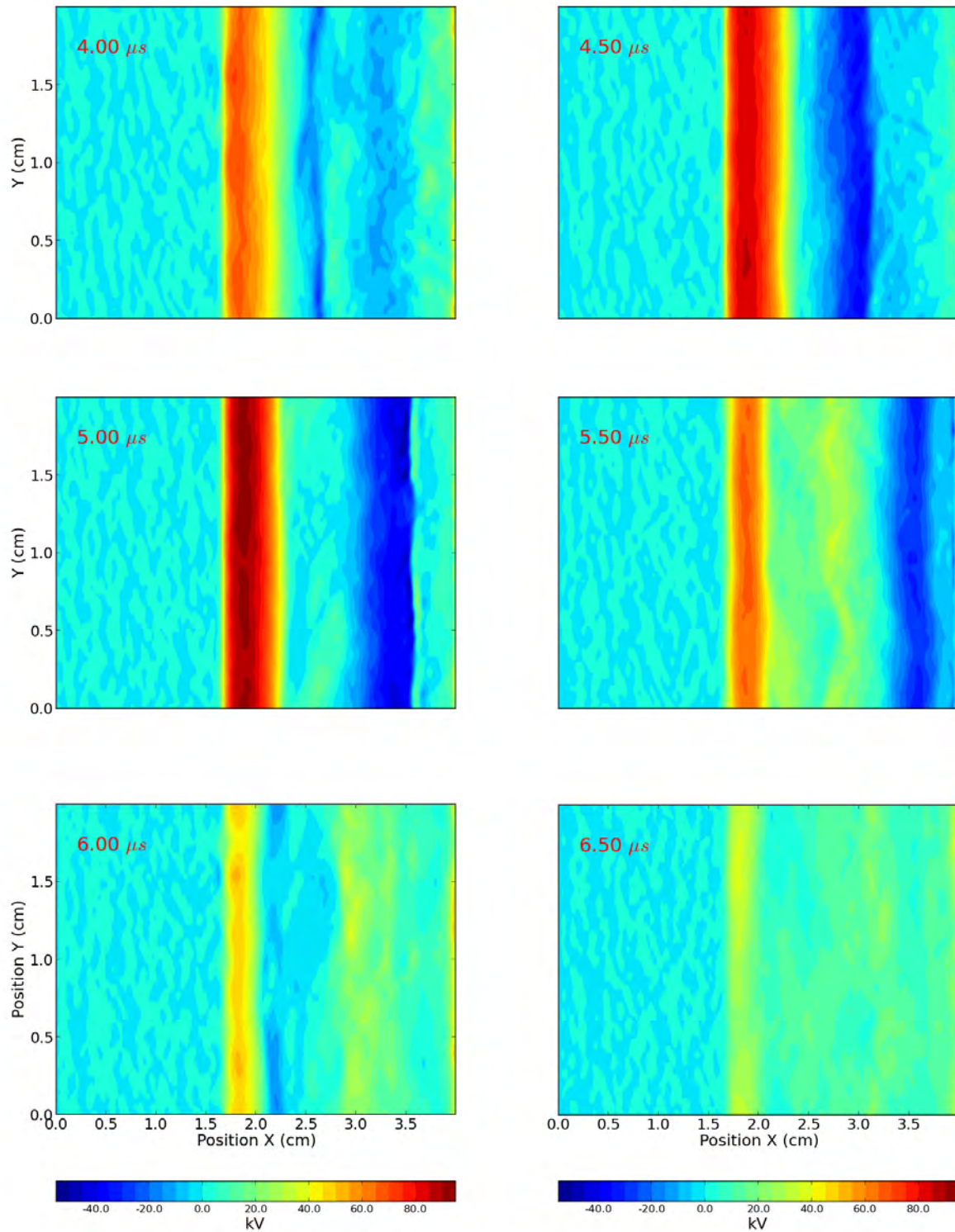


FIG. 3.12: Profils de champ électrique axial à six instants successifs pris dans la chute de courant.

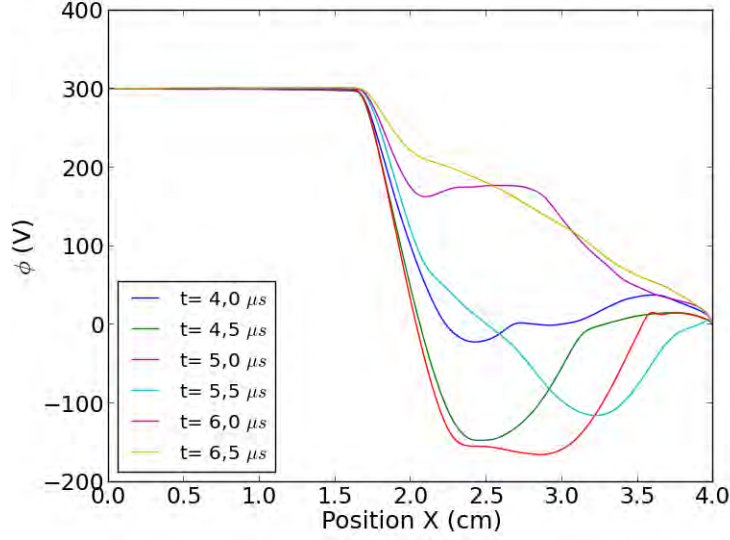


FIG. 3.13: *Profils de potentiel moyennés en azimuth pour six instants successifs.*

qui progresse du milieu du canal jusqu'à la cathode. Nous n'avons pas de déplacement axial de la chute de potentiel comme on peut le voir sur la figure 3.13, mais plutôt une perturbation qui en progressant, ralentit les ions qui se trouvent dans le gradient positif, et accélère ceux qui sont dans le gradient négatif. Lorsque la vitesse de phase de l'onde coïncide avec la vitesse des ions, la résonance a lieu et un transfert important d'énergie se produit de l'onde vers les ions, permettant alors de l'amortir. De plus, l'effet inverse se produit lorsque les ions ont une vitesse plus grande que la vitesse de phase de l'onde. Dans ce cas, ils cèdent leur énergie à l'onde et sont refroidis, venant alors alimenter la population froide. Ces phénomènes sont typiques de l'amortissement Landau [14] ionique. Garrigues et al. [29] et Fife ont remarqué le déplacement d'un champ électrique axial et croissant au court de sa progression mais celui-ci naît à l'anode. A l'instar de Hagelaar et al., Fife observe l'élargissement de la fonction de distribution en énergie des ions.

Dans les modèles hybrides, il a été constaté que cette instabilité apparaît lorsque le transport axial électronique est insuffisant. Augmenter celui-ci permet de réduire son importance. D'après ce que nous avons observé, cette oscillation existe effectivement lorsqu'à un moment donné de la décharge, le transport axial des électrons est réduit. Le champ axial croît fortement et se crée alors ce phénomène oscillant qui en est la conséquence.

3.3.3 Champ fluctuant azimuthal basse fréquence

A 100 G et avec une tension de 300 V, nous entrons dans un régime de fonctionnement où le courant total n'oscille pratiquement plus mais est très bruité. A ce moment là se

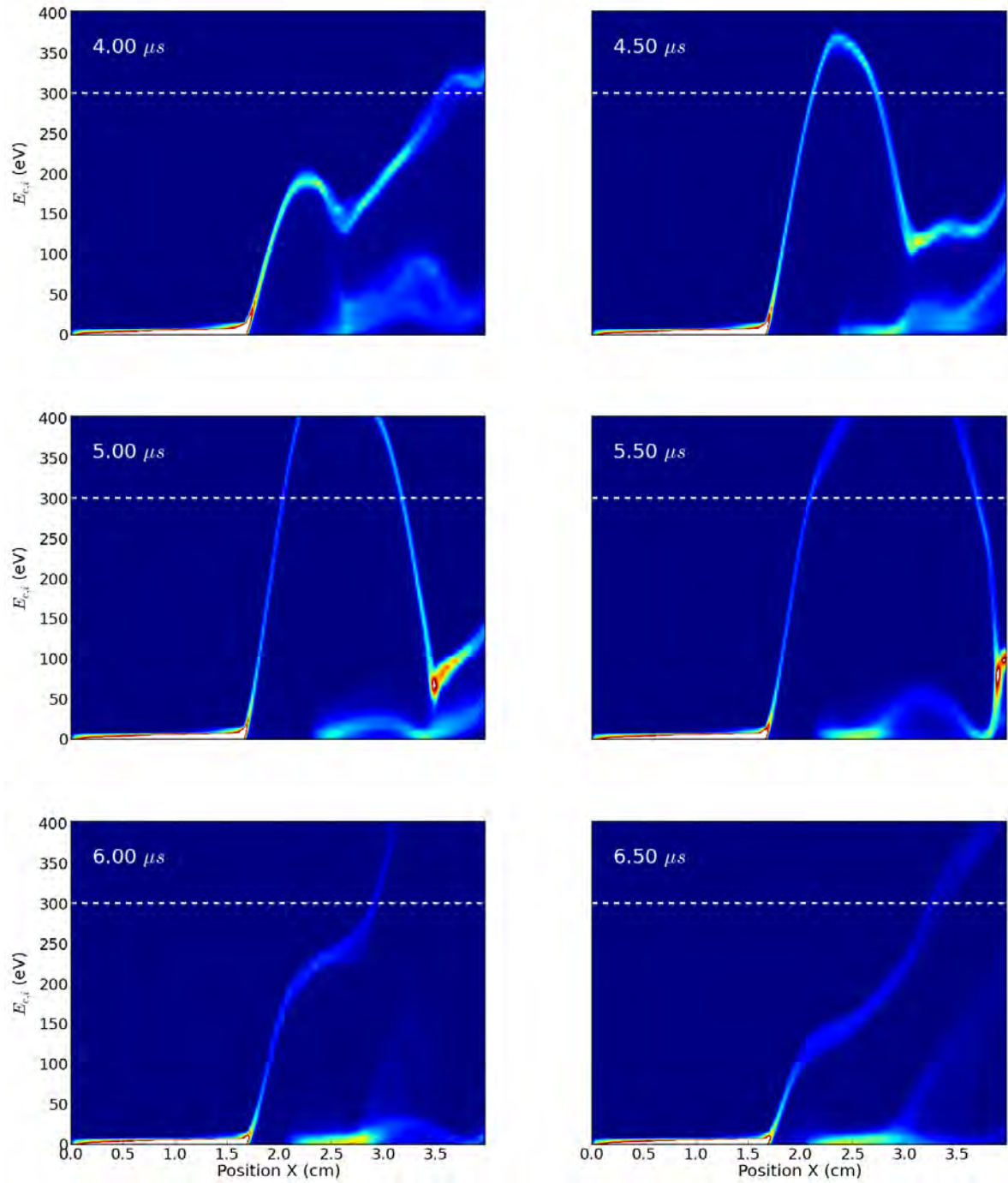


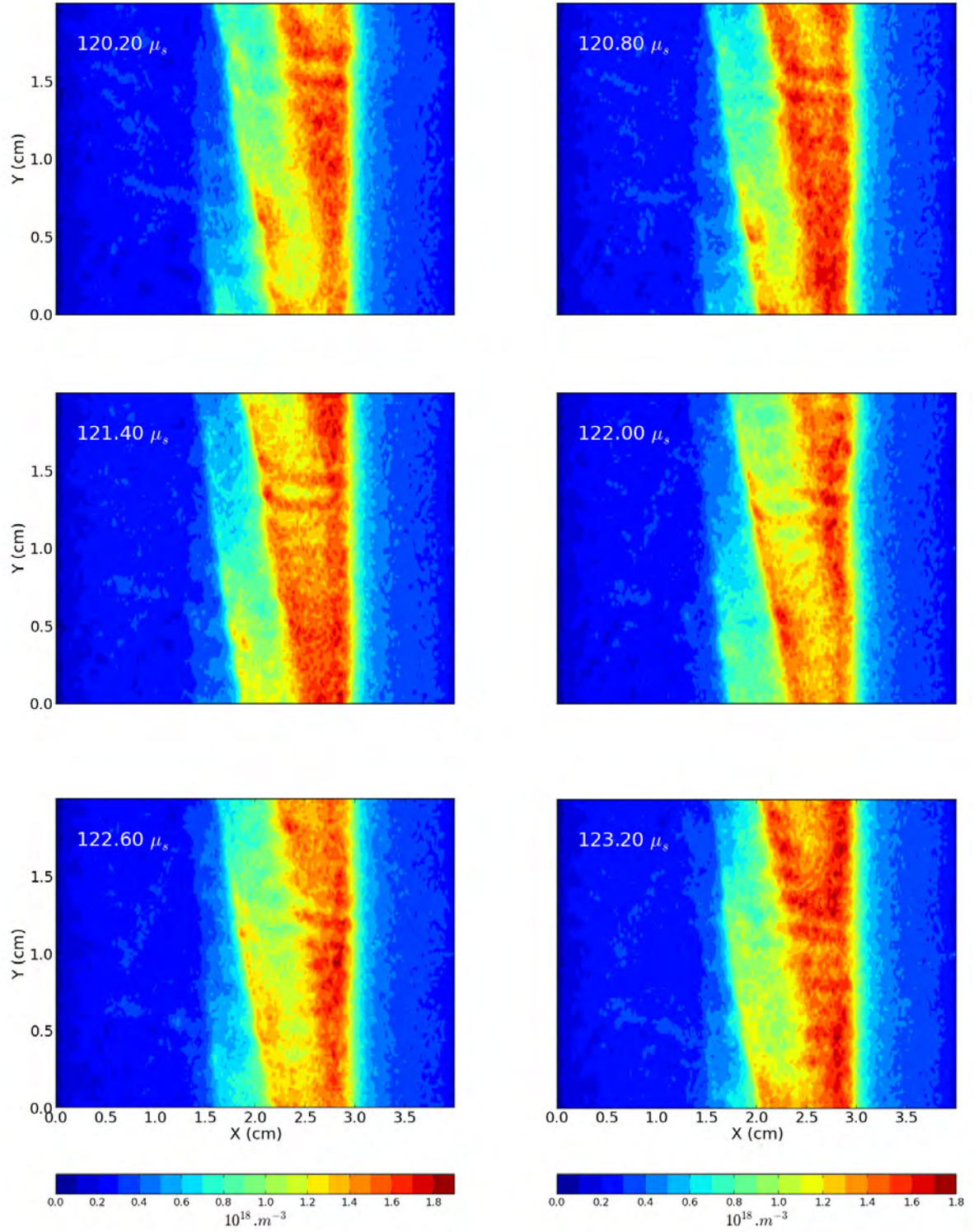
FIG. 3.14: Espace des phases (x, E_c) des ions à six instants successifs. Y est repéré le potentiel appliqué (traits discontinus) de 300 V.

déclenche l'oscillation visible sur la figure 3.15 où l'on voit à intervalles réguliers une onde oblique de densité progresser vers l'anode. La fréquence mesurée, que ce soit sur le courant de décharge ou la densité électronique est de 400 kHz (cf. Fig. 3.16). De plus, nous allons voir, dans la prochaine section, que plus la tension est faible, plus le champ

électrique est "tiré" vers l'extérieur. Ceci est d'autant plus marqué à 100 G et à 300 V que le champ accélérateur sort complètement du canal. Il se trouve alors dans la zone de gradient négatif de B expliquant probablement l'apparition d'un tel phénomène.

Compte tenu de la grande longueur d'onde de l'oscillation par rapport à la longueur de l'azimut, nous l'avons étendue à 4 cm au lieu de 2 cm afin de permettre le développement d'autres modes. Le même phénomène s'est alors développé mais à une fréquence plus basse de 250 kHz. Il est donc nécessaire d'étendre encore l'azimut pour vérifier que toutes les longueurs d'ondes utiles à ce mode sont correctement résolues.

Enfin, nous tenons à préciser que nous n'observons pas ce mode avec le modèle implicite dans les mêmes conditions de simulation (100 G et 300 V), bien que le courant de décharge soit constant. Le champ accélérateur reste confiné dans la zone de gradient positif de champ magnétique.

FIG. 3.15: *Evolution temporelle de la densité électronique.*

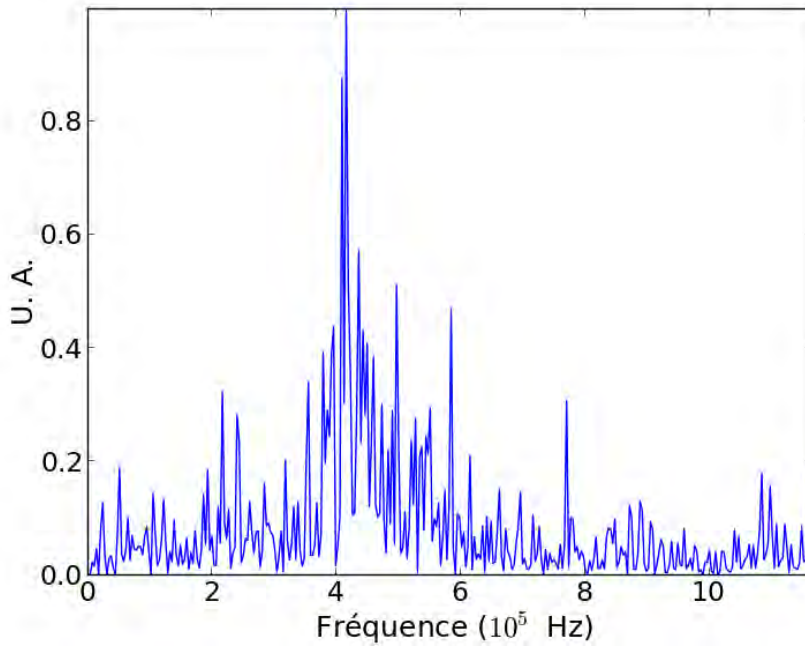


FIG. 3.16: *Transformée de Fourier de la densité électronique, dans la direction azimutale à 100 G et 300 V.*

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté la phase de validation du modèle PIC explicite. Nous avons montré la difficulté à appliquer un facteur de scaling qui le rende transparent pour les phénomènes physiques. L'impossibilité de se soustraire à ce facteur nous a amenés à comparer les résultats moyennés à ceux du modèle implicite. Un bon accord qualitatif et quantitatif a été obtenu hormis pour le champ azimutal. La valeur quadratique moyenne du champ azimutal calculé avec le modèle explicite est en effet 3 fois plus faible que celle du modèle implicite. Les courbes de mobilité ont confirmé les conséquences de ce champ plus faible : la différence des deux mobilités (fluides) peut atteindre un facteur 100 au-delà du plan de sortie.

De plus, nous avons décrit les phénomènes fluctuants observés avec le modèle explicite : oscillation azimutale haute fréquence, oscillation azimutale basse fréquence et oscillation de temps de transit, ces deux derniers n'ayant pas été mis en évidence avec le modèle implicite. A la lumière de ces trois phénomènes, nous allons explorer les plages de fonctionnement du moteur. A terme, notre but est d'améliorer notre compréhension du transport électronique, c'est-à-dire essayer d'anticiper les conséquences d'une tension et d'un champ magnétique donnés sur le comportement du moteur, en utilisant des arguments basés sur le transport.

Chapitre 4

Exploration des modes de fonctionnement

Sommaire

4.1	Introduction	107
4.2	Exploration tension, champ magnétique	108
4.2.1	170 G	108
4.2.2	100 G	109
4.3	Description détaillée d'une oscillation de courant	111
4.3.1	Croissance du courant	111
4.3.2	Chute de courant	117
4.3.3	Résumé	123
4.4	Etude des différents régimes	124
4.4.1	Régime de moyenne tension	124
4.4.2	Régime haute tension	126
4.4.3	Régime de transition	127
4.4.4	Régime basse tension	131
4.4.5	Régime de courant amorti et oscillant	132
4.5	Synthèse et transport électronique	135
4.6	Influence des parois	137
4.7	Conclusion	142

4.1 Introduction

Dans le précédent chapitre, nous avons introduit les phénomènes ondulatoires se développant dans le propulseur. Nous avons observé leurs caractéristiques indépendamment du contexte de la décharge. Dans ce chapitre, nous allons les replacer dans ce contexte en

insistant sur leur rôle dans le transport électronique, ainsi que dans l'ionisation du gaz de xénon.

Pour commencer, nous allons effectuer une étude paramétrique en tension et champ magnétique, puis reporter la donnée du courant de décharge sur des caractéristiques courant-tension. Le but de ce travail est de dégager des tendances, afin d'isoler des régimes précis. Nous nous focaliserons ensuite sur un point de fonctionnement particulier et l'analyserons en détails. Nous insisterons notamment sur le transport électronique et sur l'aspect temporel de la décharge. Ce point constituera une référence, à partir de laquelle nous étendrons notre exploration vers d'autres régimes.

Enfin, nous terminerons ce chapitre par une étude de l'influence des parois sur la décharge, en faisant varier le potentiel de gaine.

4.2 Exploration tension, champ magnétique

L'étude paramétrique menée avec le modèle PIC explicite va permettre de mettre en évidence l'existence de plusieurs régimes de fonctionnement. Ils se différencient par la valeur de leur courant de décharge, par la valeur du courant ionique de sortie, et par l'amplitude de leurs oscillations de courant. Cette combinaison de trois observables révèle un déroulement particulier de la décharge, que nous tenterons de clarifier dans la suite de ce chapitre.

Les caractéristiques courant-tension sont tracées sur la figure 4.1 pour un champ magnétique de 170 G et sur la figure 4.3 pour un champ magnétique de 100G.

4.2.1 170 G

Sur la figure 4.1, nous distinguons quatre régimes de fonctionnement :

1. Un régime basse tension : de 150 à 200 V. C'est un régime où la multiplication électronique est la moins bonne. La densité de xénon est la plus élevée et la collisionnalité est donc importante. L'instabilité de temps de transit persiste tout au long de la décharge mais la tension appliquée étant faible, elle influe peu sur l'ionisation.
2. Un régime de transition : de 200 à 250 V. Il se produit un déséquilibre spatial de l'ionisation. L'ionisation du xénon débute de l'intérieur avant de se renforcer ensuite en sortie de propulseur. Il s'ajoute l'instabilité de temps de transit, particulièrement importante dans ce régime. Les amplitudes des oscillations de courant sont les plus élevées.
3. Un régime de moyenne tension : de 250 à 400 V. C'est un régime où l'ionisation est dictée par l'instabilité de temps de transit. Plus la tension appliquée est importante et moins l'instabilité est présente. De plus, à partir de ce régime, on observe

une bonne multiplication électronique car le courant d'ions tend vers le courant de décharge.

4. Un régime haute tension : de 400 à 500 V. L'instabilité de temps de transit est faible. La croissance du courant de décharge et les oscillations de courant dépendent alors directement de la tension appliquée.

L'instabilité de dérive azimutale n'est pas présente à basses tensions et n'apparaît qu'à partir du régime de transition.

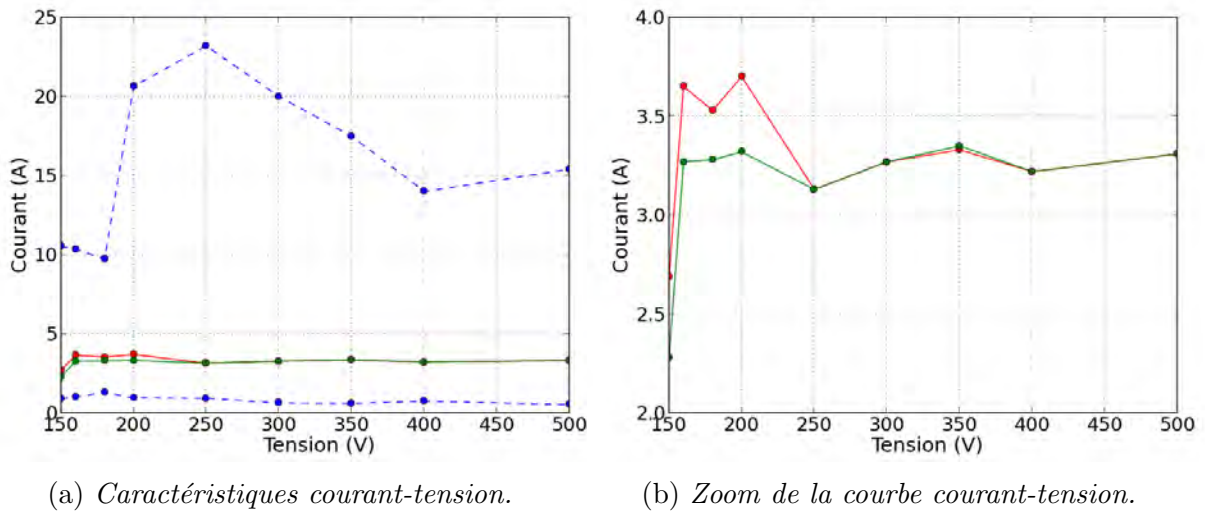


FIG. 4.1: Caractéristiques courant-tension pour un champ magnétique de **170G**. **Courant de décharge** I_d (rouge), **courant ionique** I_i (vert) et valeurs maximales et minimales moyennes du courant de décharge (pointillés bleus).

Les champs électriques moyennés en temps et en azimut sont tracés sur la figure 4.2. Par souci de clareté, nous avons séparé sur la figure 4.2 (a) les champs obtenus à basses tensions des champs à moyennes et hautes tensions sur la figure 4.2 (b). A basse tension, les champs sont plus piqués car la queue, dans la zone de gradient négatif de \mathbf{B} tend rapidement vers 0. A moyennes et hautes tensions, la queue est plus élevée et augmente avec la tension appliquée. **On remarque de plus un déplacement vers la cathode du champ électrique lorsque la tension augmente.**

4.2.2 100 G

Sur la figure 4.3, nous distinguons deux régimes :

1. Un régime oscillant : de 170 à 250 V. Le courant de décharge oscille mais les oscillations s'amortissent en augmentant la tension.
2. Une régime fluctuant ou amorti : de 250 V à 300 V. Le courant de décharge n'oscille pratiquement plus et est très bruité. C'est dans ce régime qu'apparaît l'oscillation

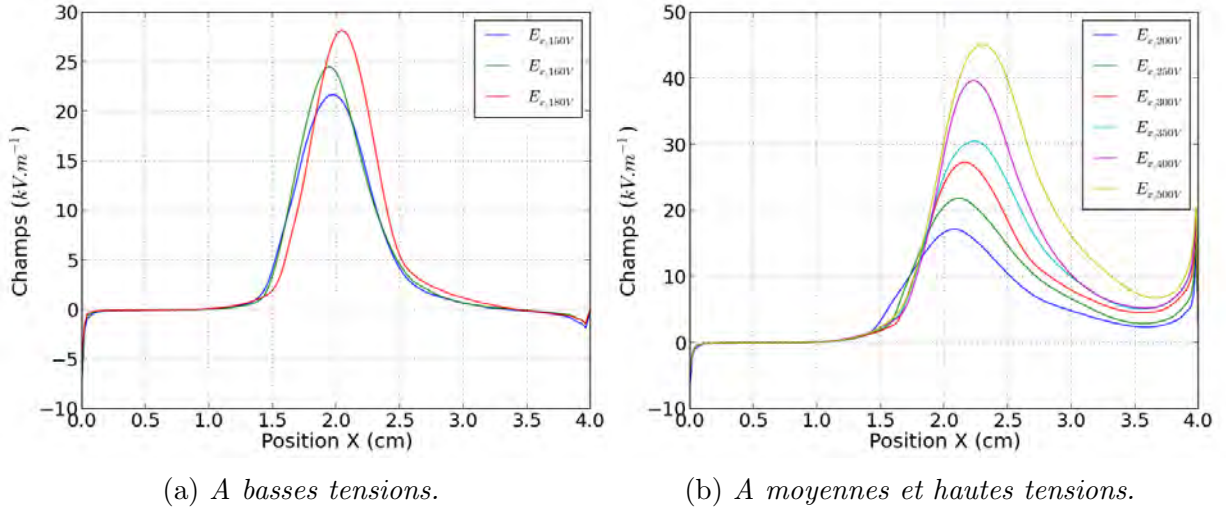


FIG. 4.2: Profils de champ électrique moyennés en azimut, pour un champ magnétique de 170 G. Ces profils ont de plus été moyennés en temps.

azimutale basse fréquence. L'instabilité de dérive azimutale n'est plus présente.

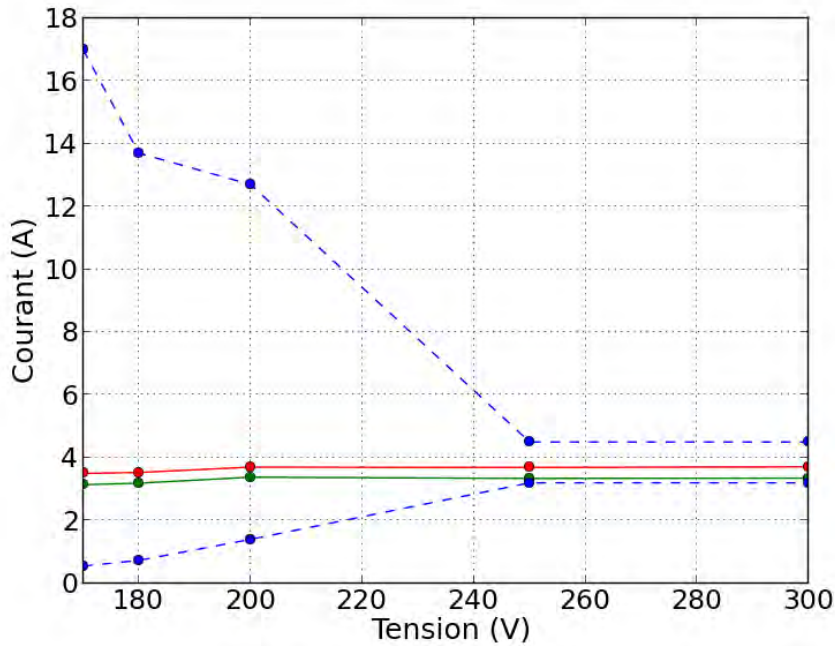


FIG. 4.3: Caractéristiques courant-tension pour un champ magnétique de 100G. **Courant de décharge** I_d (rouge), **courant ionique** I_i (vert) et valeurs maximales et minimales moyennes du courant de décharge (pointillés bleus).

Les profils de champ électrique sont tracés sur la figure 4.4. Ils ont été moyennés en azimut et en temps. On peut faire la même remarque que précédemment : plus la tension est élevée, plus le champ électrique est déplacé vers la cathode. La transition entre les deux

régimes se manifeste alors par un déplacement du champ électrique au-delà du maximum de champ magnétique, dans la zone de gradient négatif de \mathbf{B} .

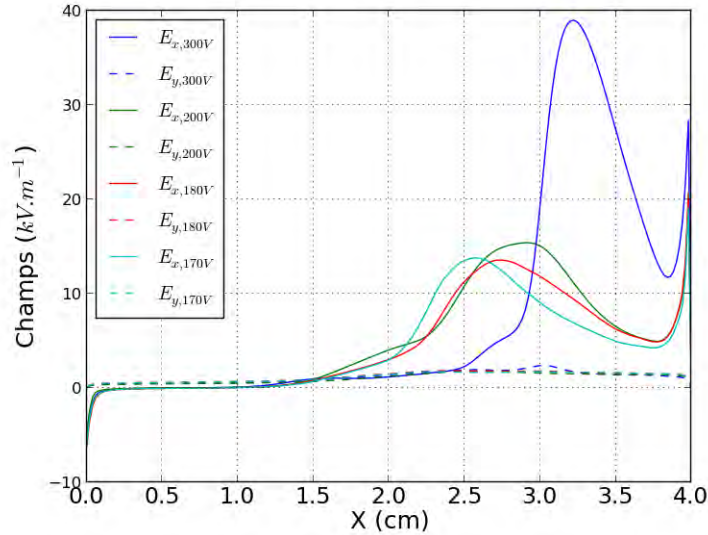


FIG. 4.4: Profils de champ électrique moyennés en azimuth pour un champ magnétique de 100 G. Ces profils ont de plus été moyennés en temps.

4.3 Description détaillée d'une oscillation de courant

Dans le chapitre 3, nous avons résumé le déroulement d'une décharge type (170 G et 300 V). Cela nous a permis de poser les bases d'une description plus poussée à laquelle nous allons nous atteler maintenant. Nous avons découpé l'oscillation en deux temps : la phase montante de courant et sa chute. Ce choix n'a pas comme seul intérêt de structurer la démonstration. Il atteste surtout d'une dynamique particulière en deux temps de l'oscillation. Voyons maintenant ce qu'il en est. Nous précisons que dans la suite de ce chapitre, **tous les profils 1D seront moyennés en azimuth**. Le temps est de plus centré au maximum de l'oscillation de courant. **Les temps négatifs se réfèrent donc à la montée de courant, positifs à la descente.**

4.3.1 Croissance du courant

Pour étudier la croissance du courant, un second découpage s'impose. Notre but est de mettre en avant les processus de transport électronique dominants, lors du déroulement d'une oscillation de courant de décharge. Dans la montée, nous distinguons deux phases : une phase où le transport est de type collisionnel, et une seconde de type fluctuant.

Phase 1 : transport collisionnel, $-20 \mu s$ à $-5 \mu s$

Pour nous situer, nous avons délimité sur la figure 4.5, la phase correspondante au transport dominé par les collisions.

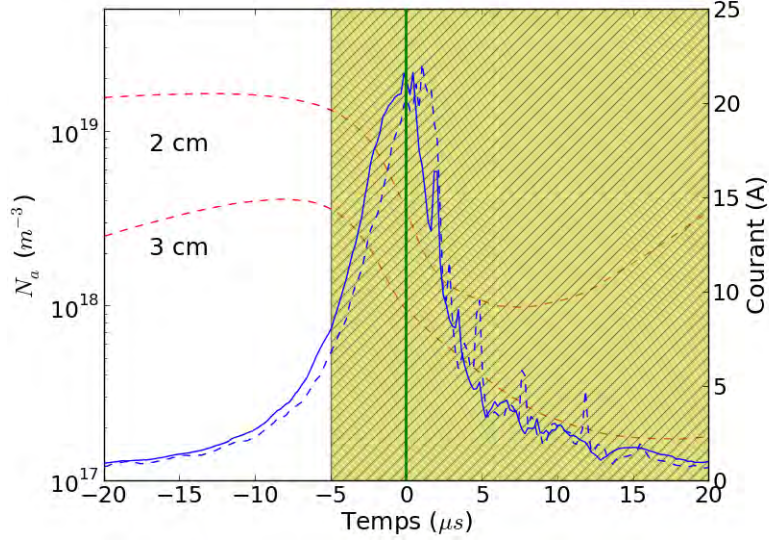


FIG. 4.5: Première phase de l'oscillation de courant de décharge (trait continu bleu) et ionique (trait discontinu bleu). Deux coupes du profil de xénon, prises à 2 et 3 cm (traits rouges discontinus) y sont superposées. $B=170 \text{ G}$, $U_0=300 \text{ V}$.

Sur la même figure, nous avons choisi d'illustrer le profil de densité de xénon avant (2 cm) et après (3 cm) le maximum de champ magnétique. A 2 cm, nous sommes dans le gradient positif de B où les processus collisionnels sont les plus intenses. A 3 cm, nous avons dépassé le maximum de B et nous sommes dans une zone faiblement collisionnelle car la densité de xénon est beaucoup plus basse. Comme l'atteste l'augmentation de courant, l'ionisation a démarré et elle se déroule à l'intérieur, entre 1,5 et 2 cm. En effet, la densité de xénon finit d'augmenter plus tardivement à 3 cm qu'à 2 cm prouvant que l'ionisation est plus importante avant le pic de champ magnétique. Les profils de fréquences de collisions Fig. 4.6, tracés en fonction de l'axe (moyennés en azimuth) le confirme. Dans la montée de courant et jusqu'au temps $t=-5$, on note que l'ionisation du xénon (cf. Fig. 4.6 (b)) s'étend spatialement après avoir été concentrée dans le gradient positif de B (entre 1,5 et 2,5 cm), en début d'oscillation. La dynamique de la fréquence de collisions électron-neutre (cf. Fig. 4.6 (a)) est similaire à celle de l'ionisation. L'extension spatiale atteint son maximum $5 \mu s$ avant le pic de courant pour se resserrer ensuite, dans la seconde phase qui sera étudiée plus loin. Enfin, on note que dans toute la première phase de l'oscillation, les collisions pariétales sont peu importantes par rapport aux collisions électron-neutre.

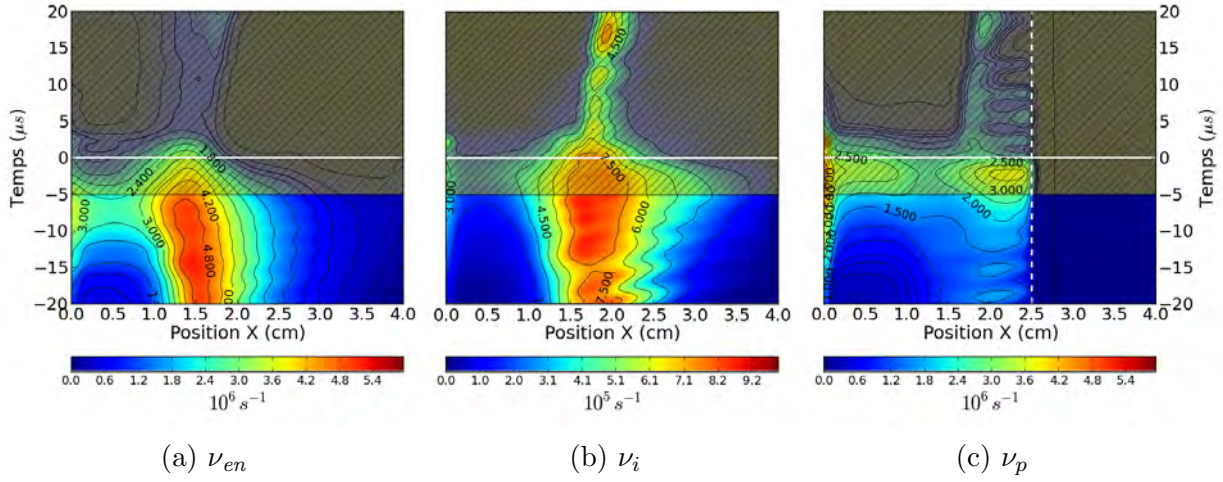


FIG. 4.6: Fréquences de collisions électron-neutre (a), électron-paroi (b) et fréquence d'ionisation (c) à 170 G et 300V. Le potentiel de gaine pour les collisions en surface a été fixé à 20 V et le plan de sortie a été tracé (pointillés blancs).

Phase 2 : transport fluctuant, $-5 \mu s$ à $0 \mu s$

Comme on peut le voir sur les coupes de densité de xénon en 2 et 3 cm, figure 4.7, la diminution du xénon s'accroît et dépasse un facteur 2 en l'espace de $5 \mu s$. Il s'ensuit inévitablement une baisse de la collisionnalité visible sur les profils de collisions en volume, figures 4.8 (a) et (b). L'extension spatiale que nous avons précédemment notée des fréquences de collisions et d'ionisation s'interrompt.

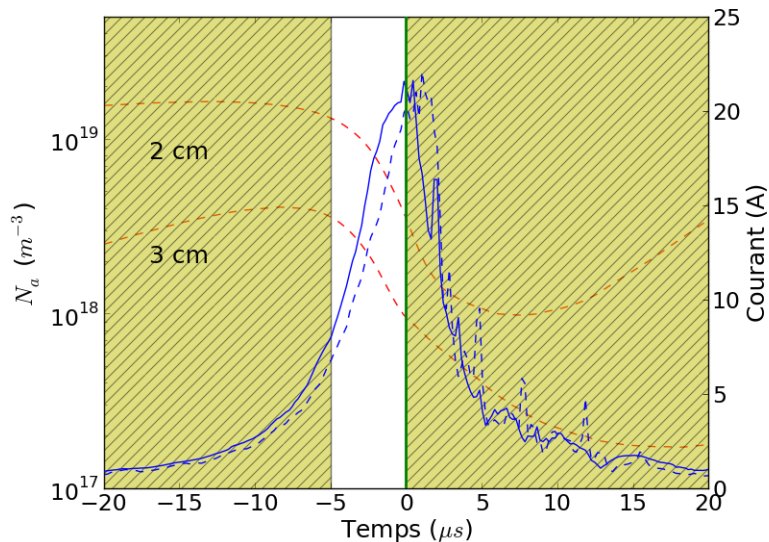


FIG. 4.7: Seconde phase de l'oscillation de courant de décharge (trait bleu) et ionique (trait bleu discontinu). Deux coupes du profil de xénon, prises à 2 et 3 cm (traits rouges discontinus) y sont superposées. $B=170$ G, $U_0=300$ V.

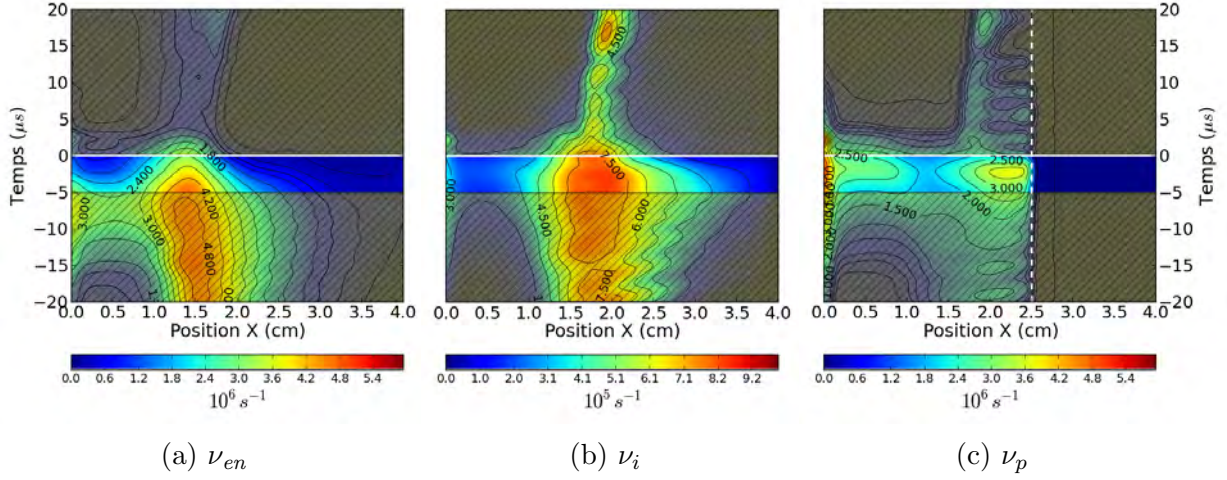


FIG. 4.8: Fréquences de collisions électron-neutre (a), électron-paroi (b) et fréquence d'ionisation (c) à 170 G et 300V. Le potentiel de gaine pour les collisions en surface a été fixé à 20 V et le plan de sortie a été tracé (pointillés blancs).

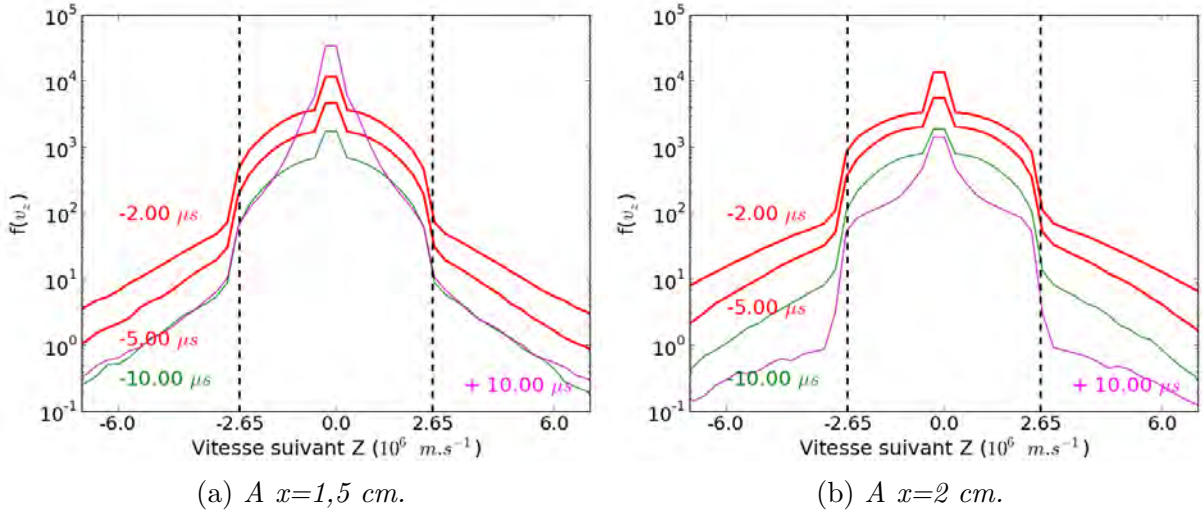


FIG. 4.9: Fonctions de distribution des vitesses radiales des électrons à différents instants. Les courbes en rouge concernent la seconde phase, entre $t=-5$ μ s et 0 μ s.

On remarque de plus que **lorsque la fréquence de collisions en volume diminue, la fréquence de collisions électron-paroi augmente** (cf. Fig. 4.8 (c)). Le transport pariétal devient important 5 μ s avant le pic, lorsque la densité de neutres chute. On rappelle que le potentiel de gaine est dans ce cas présent fixé à 20 V, et que les électrons dont l'énergie dirigée en \mathbf{z} excède ce potentiel sont réfléchis de manière isotrope. Nous avons tracé, sur la figure 4.9, les fonctions de distribution des vitesses radiales (suivant \mathbf{z}) des électrons à différents instants. Nous nous sommes placés à 1,5 et 2 cm (figure 4.9 (a) et (b) respectivement). Le potentiel de gaine a été ramené à une vitesse seuil soit $2,65 \cdot 10^6$ m.s⁻¹ correspondant à une énergie de 20 eV. On comprend que la fréquence

de collisions électron-paroi augmente à l'approche du pic, à cause de la croissance des vitesses radiales au-delà de la vitesse seuil. A 2 cm, les vitesses sont plus élevées, surtout à $t=-2 \mu s$, expliquant le profil de collisions 4.8 (c).

A l'augmentation des vitesses radiales est corrélée une répartition de l'énergie suivant z . Celle-ci est uniquement permise par les collisions en volume. En effet, le modèle ne prend pas en compte la direction radiale. Il est donc indispensable d'avoir des collisions en volume pour que l'énergie gagnée dans le plan (x, y) soit redistribuée selon la composante z et augmenter ainsi l'occurrence des collisions aux parois. L'augmentation des collisions pariétales est de plus favorisée par l'augmentation de l'énergie cinétique des électrons comme on peut le voir sur les coupes d'énergie cinétique et de champ axial, figure 4.10 prises en $x=2$ cm. 5 μs avant le pic de courant, on observe en effet une légère remontée de l'énergie cinétique avant la croissance brutale du champ axial qui suit.

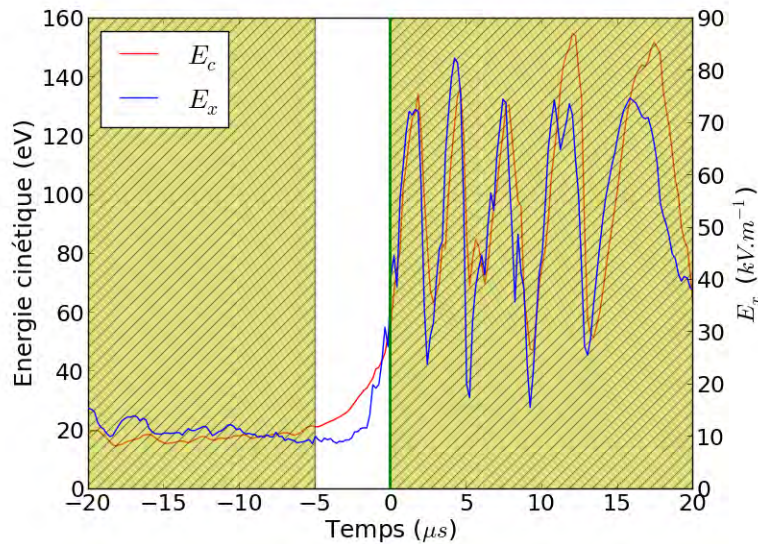


FIG. 4.10: Evolution temporelle du champ axial (bleu) et de l'énergie cinétique (rouge) pour $X=2$ cm.

Sur la même figure, on note que dans toute la première phase de l'oscillation (entre $t=-20$ et $t=-5$), le système maintient un équilibre énergétique entre la création de particules chargées et leur transport. Cet équilibre se traduit par de faibles variations de l'énergie cinétique qui est en moyenne égale à 20 eV. Nous recensons 3 mécanismes de transport principaux : l'onde de champ azimuthal (nous allons y revenir), les collisions en volume et les collisions pariétales. Dans la balance s'ajoute aussi des pertes d'énergie provenant des collisions ionisantes. Les collisions en volume sont donc un important vecteur de transfert d'énergie. Or, **dans la seconde phase de l'oscillation, comme les collisions en volume s'amenuisent à l'approche du pic, il en résulte l'augmentation de l'énergie cinétique électronique qui, lorsqu'elle est distribuée suivant**

z renforce les collisions pariétales et ainsi le transport associé aux parois.

La diminution de la densité de neutres a une deuxième conséquence sur le transport axial. De concert avec la baisse de collisionnalité, le champ azimuthal croît et l'instabilité de dérive se développe. Celle-ci est responsable d'une augmentation de la mobilité, comme nous allons le voir. Nous avons tracé sur la figure 4.11 (a) l'évolution temporelle du champ azimuthal en fonction de l'axe. Le renforcement de l'amplitude, à partir du temps $t = -5 \mu s$ a lieu dans la région de faible densité de neutres, particulièrement après le plan de sortie (entre 2,5 et 4 cm). Ceci laisse penser que les collisions pariétales, de la même manière que les collisions électron-neutre perturbent l'établissement de l'onde de dérive.

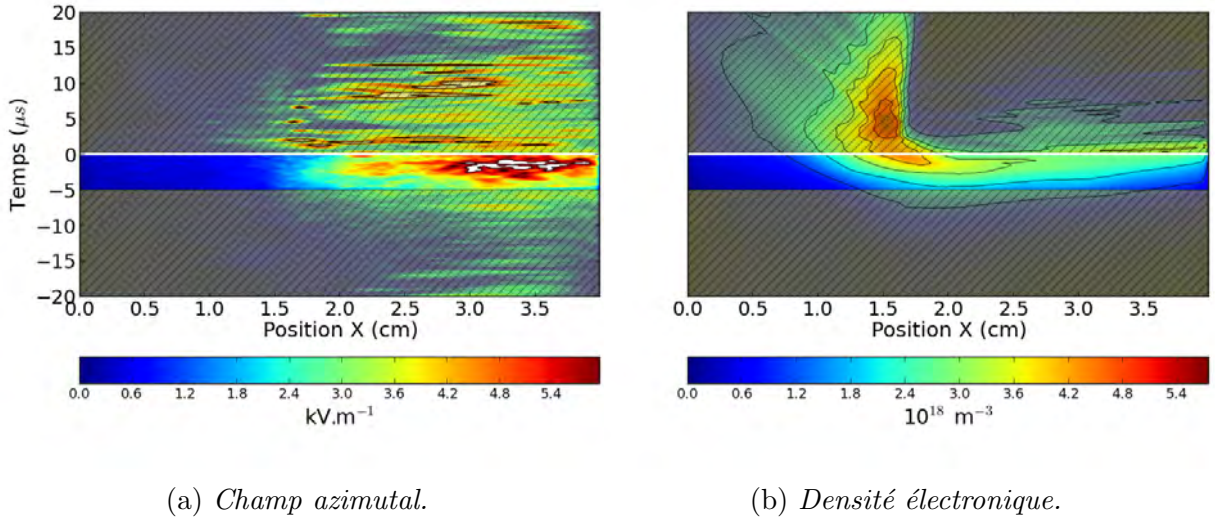


FIG. 4.11: *Champ azimuthal (a) et densité électronique (b) en fonction de l'espace et du temps.*

La densité électronique est visible sur la figure 4.11 (b). On note la coïncidence des deux événements : l'augmentation de la densité électronique avec le renforcement du champ azimuthal. **L'augmentation de densité électronique est corrélée à une diminution rapide du xénon. On observe de manière concomitante une baisse du transport collisionnel et un renforcement du champ azimuthal. L'instabilité de dérive se développe et permet alors d'accroître le transport à travers la barrière magnétique,** dans le but de maintenir la continuité du courant. Sur la figure 4.12, nous avons tracé, dans la montée du courant, les courbes de mobilité avant l'établissement de l'onde et après, en fonction de l'axe. Pour le calcul de la mobilité collisionnelle, nous avons pris en compte les 3 fréquences de collisions calculées par le modèle : collisions élastiques électron-neutre et ionisation ainsi que les collisions électron-paroi. Le décrochement que l'on voit sur la mobilité collisionnelle est dû à la contribution de la fréquence de collisions électron-paroi, qui s'annule passé le plan de sortie. Ces courbes mettent en évidence une augmentation de la mobilité fluide en présence de l'onde. La

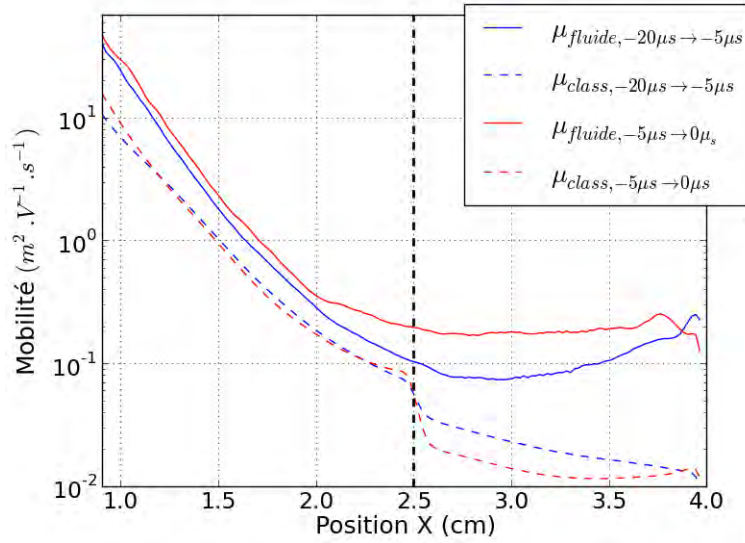


FIG. 4.12: Mobilités fluides (trait plein) et collisionnelles (traits discontinus) dans la montée du courant, avant la croissance du champ azimuthal (bleu), après (rouge). La droite en pointillés repère la position du plan de sortie.

mobilité collisionnelle ne varie pas avant 2,5 cm malgré la baisse de la fréquence de collisions électron-neutre car elle est contrebalancée par l'augmentation de la fréquence de collisions électron-paroi. Ce n'est pas le cas après le plan de sortie où la mobilité classique est plus faible et coïncide avec un renforcement de l'onde.

Ce long cheminement nous a amené en haut de l'oscillation de courant, au niveau d'une transition. Nous avons vu qu'en fin de montée, l'instabilité azimuthale apparaît par suite d'une baisse de la collisionnalité en volume. Pour la même raison, nous avons aussi noté une augmentation de l'énergie cinétique. Nous allons voir qu'une augmentation brutale et locale du champ accélérateur va se produire et accentuera l'augmentation d'énergie cinétique. Un autre phénomène important va démarrer : l'instabilité de temps de transit qui aura pour conséquence de détruire l'instabilité de dérive azimuthale.

4.3.2 Chute de courant

La chute de courant est marquée par la présence de l'instabilité de temps de transit. Celle-ci se déclenche lorsque croît brutalement le champ accélérateur. Il s'ensuit alors la progression d'une onde de potentiel qui perturbe le faisceau d'ions (cf. section 3.3.2 pour une étude détaillée). Les perturbations générées sont visibles sur le courant d'ions, figure 4.13 où apparaissent de brusques sauts de courant.

Nous avons tracé sur la figure 4.14, le profil du champ accélérateur en fonction du temps et de la coordonnée axiale (a), ainsi que l'énergie cinétique des électrons (b) dans les

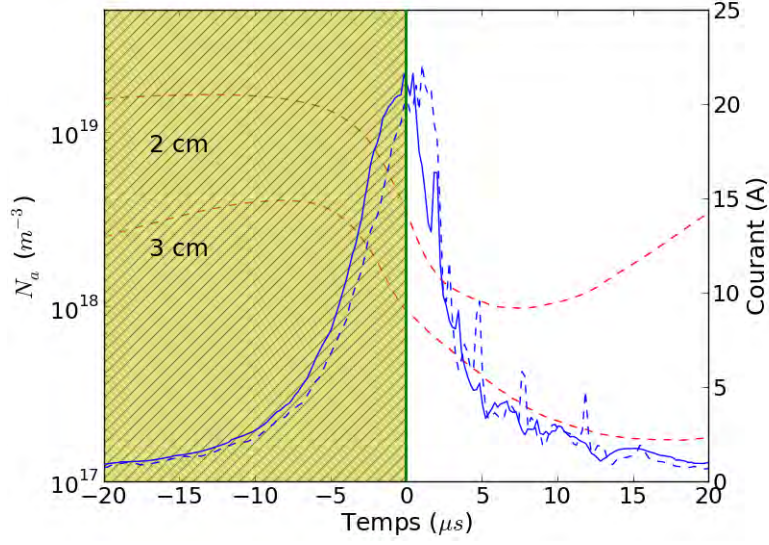
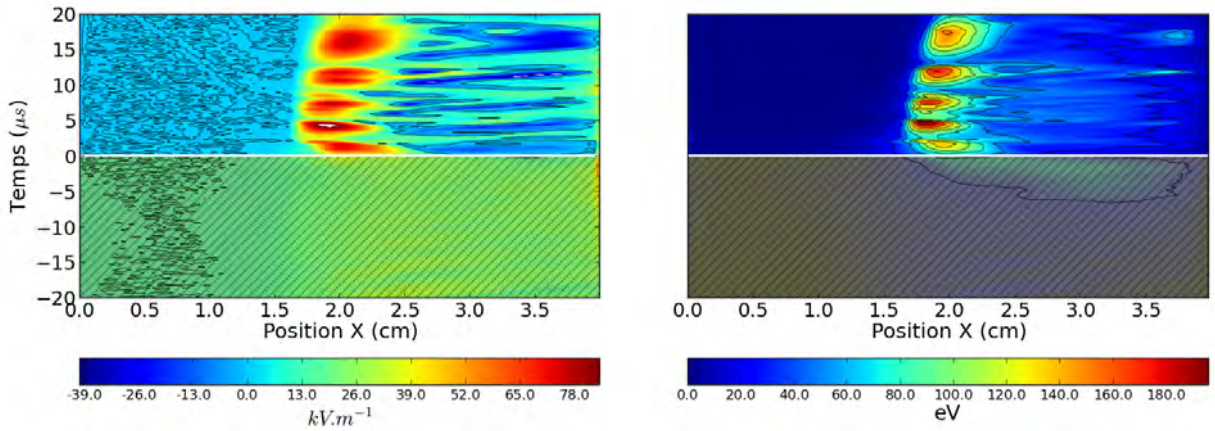


FIG. 4.13: Troisième phase de l'oscillation de courant de décharge (trait bleu continu) et ionique (trait bleu discontinu). Deux coupes du profil de xénon, prises à 2 et 3 cm (traits rouges discontinus) y sont superposés. $B=170$ G, $U_0=300$ V.



(a) Champ axial.

(b) Energie cinétique

FIG. 4.14: Evolution temporelle du champ axial (a) et de l'énergie cinétique (b). Les conditions de simulation sont : 170 G et 300 V.

mêmes conditions. On remarque distinctement que dans la chute de courant, la croissance du champ axial est nette. Il est de plus concentré dans une zone restreinte de l'espace, entre 1,5 et 2,5 cm alors qu'au-delà, dans la zone de gradient négatif de B , il change de signe. Cet effet est attribuable à l'instabilité de temps de transit qui produit une perturbation sur le potentiel électrique se propageant vers la cathode. La croissance abrupte observée est suivie quelques micro-secondes plus tard d'une décroissance tout aussi abrupte. Ce

phénomène se reproduit plusieurs fois comme les sauts de courant l'attestent.

Les valeurs importantes atteintes par l'énergie cinétique peuvent choquer le lecteur (qui à certains endroits excèdent 180 eV). Nous tenons à rappeler que le seul processus de pertes pris en compte dans le modèle est l'ionisation à un niveau de 12,3 eV. Il existe d'autres processus de pertes non pris en compte tels que l'excitation qui existe pour des seuils de 10 eV ou les pertes aux parois. Ceux-ci permettraient de réduire le maximum d'énergie atteint.

L'apparition de l'instabilité de temps de transit a d'importantes conséquences sur la décharge. Elle détruit l'instabilité de dérive azimuthale et entretient les effets à l'origine de son existence.

Pour comprendre les conséquences de l'instabilité de temps de transit sur le transport électronique ainsi que l'ionisation, nous allons procéder à un découpage de l'espace en trois domaines : autour de $x=2$ cm, de $x=3$ cm et de $x=1,5$ cm, comme présentés sur la figure 4.15.

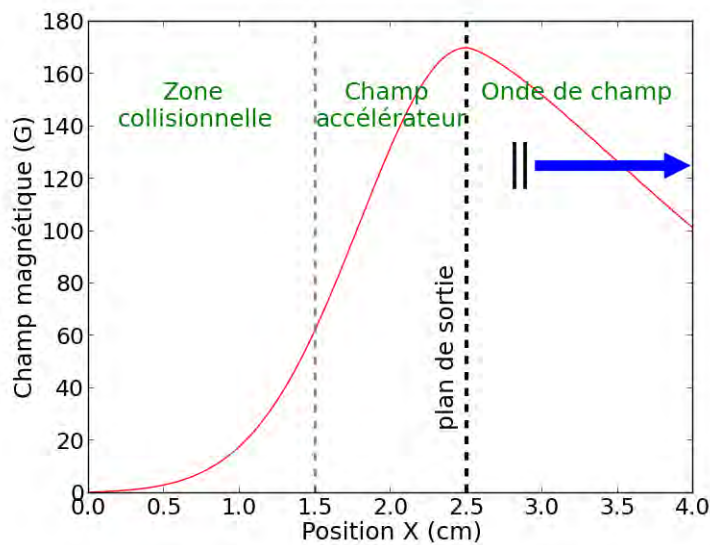


FIG. 4.15: Découpage spatial du domaine.

Effets de l'instabilité de temps de transit en $x = 2$ cm

Sur la figure 4.16 (a), nous nous sommes placés en $x = 2$ cm pour tracer la variation temporelle du champ électrique axial et du champ électrique azimuthal. Nous voulons montrer les corrélations qui existent entre les deux composantes. Après le pic de courant, nous voyons que lorsque le champ azimuthal croît, le champ axial chute, entraînant la baisse du champ azimuthal. Ce phénomène a déjà été présenté dans la thèse d'A. Ducrocq [23]. La raison initialement invoquée est que l'onde de dérive azimuthale est une onde qui apparaît suite à la dérive $\mathbf{E}_x \times \mathbf{B}_z$ des électrons, les ions étant non magnétisés. Lorsque le champ

axial croît, il initie l'onde de dérive qui sous certaines conditions, entraîne l'apparition de l'instabilité azimuthale. Comme cette dernière est responsable d'une conductivité accrue, elle libère les électrons piégés dans le champ magnétique et fait ainsi baisser le champ électrique induit. Cette diminution entraîne par lien de cause à effet, la baisse du champ azimuthal à cause de l'affaiblissement de la dérive. Contrairement à la situation décrite par A. Ducrocq (qui est celle du modèle implicite) où l'auteur avait observé ce phénomène sur une période de 50 μs correspondant à une oscillation du mode de respiration, nous l'observons sur quelques micro-secondes uniquement.

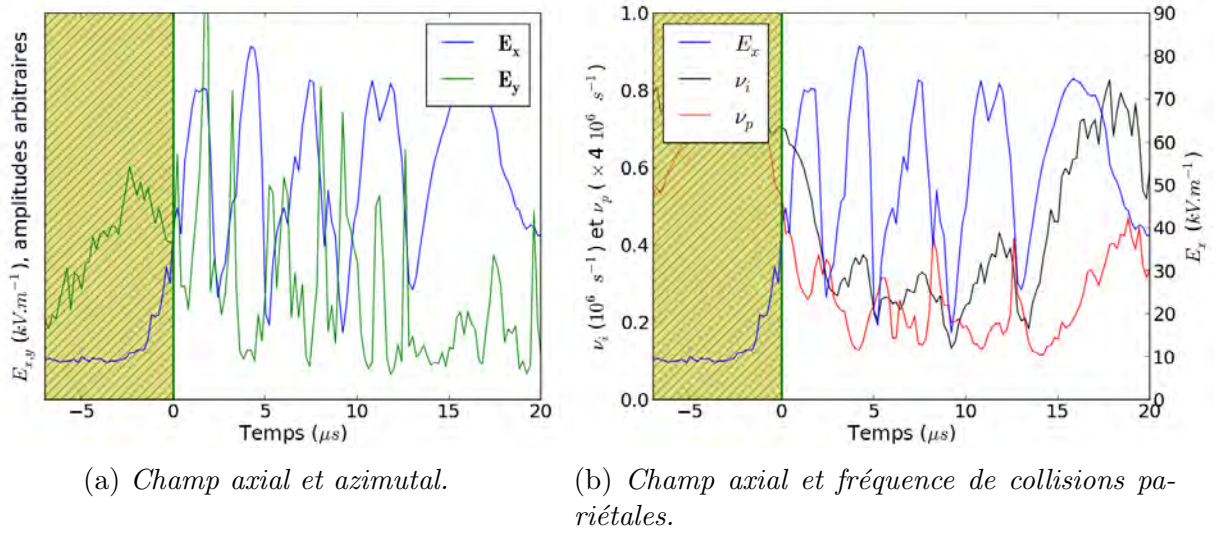


FIG. 4.16: Pour la position $X=2$ cm, variations temporelles de l'amplitude du champ axial (bleu) et de l'écart type du champ azimuthal (vert) en (a) et de l'amplitude du champ axial, de la fréquence de collisions pariétales (rouge) et de la fréquence d'ionisation (noir) en (b).

De plus, en l'état actuel de nos connaissances, il est aventureux d'invoquer un transport de type fluctuant car comme nous l'avons dit, nous ne voyons pas dans la chute de courant apparaître de structures organisées. Il est toutefois raisonnable de suggérer un autre phénomène dépiégeant : les collisions pariétales. Pour l'illustrer, nous avons tracé sur la figure 4.16 (b) la variation temporelle du champ électrique axial et de la fréquence de collisions pariétales à la position $x=2$ cm. Lorsque les collisions électron-paroi s'accroissent, le champ électrique induit baisse. Par ailleurs, nous rappelons la nécessité des collisions en volume pour les collisions pariétales (cf. Fig. 4.16 (b), l'antériorité de l'ionisation par rapport aux collisions pariétales). Chaque croissance de champ axial entraîne une recrudescence des collisions pariétales qui participent aux transport des électrons et donc à la baisse du champ électrique.

A 2 cm, dans la chute de courant, le transport est donc principalement assuré par les collisions pariétales. Chaque croissance successive du champ axial

provient d'un apport d'électrons que l'instabilité de transit participe elle-même à créer. Cet apport a deux origines. Tout d'abord, sur la figure 4.17 (b), on note l'existence, dans une région concentrée du domaine, de brèves augmentations de la fréquence d'ionisation en des temps successifs. Ces instants coïncident avec les croissances répétées du champ accélérateur et de l'énergie cinétique (cf. Fig 4.14 (b)). C'est la première source d'ionisation induite par le champ. La seconde, que nous allons étudier dans la prochaine partie se situe au delà du plan de sortie, dans la zone de gradient négatif de B .

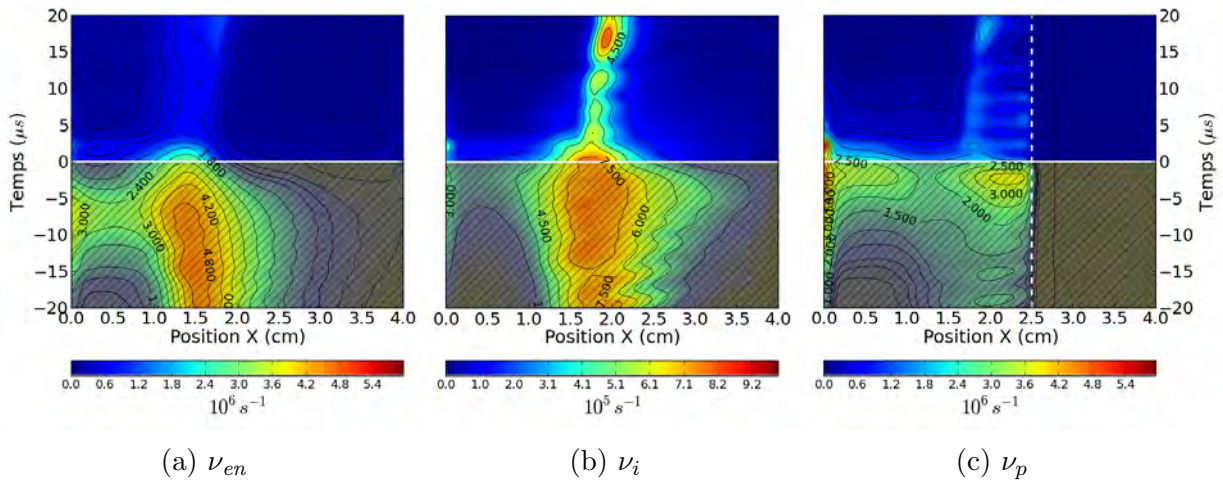


FIG. 4.17: Fréquences de collisions électron-neutre (a), électron-paroi (b) et fréquence d'ionisation (c) à 170 G et 300V. Le potentiel de gaine pour les collisions en surface a été fixé à 20 V et le plan de sortie a été tracé (pointillés blancs).

Effets de l'instabilité de temps de transit en $x = 3$ cm

Lors de l'apparition de l'instabilité de temps de transit, la traversée de l'onde de champ axial du maximum de \mathbf{B} jusqu'à la cathode a pour double conséquence d'accroître localement la fréquence d'ionisation (augmentation locale de champ accélérateur, donc de l'énergie des électrons), mais aussi de renforcer le champ azimuthal. Il est cependant difficile de dire si ce dernier a une grande influence sur le transport pour la même raison évoquée précédemment : non organisation des modes observés sur le profil 2D de champ. On peut seulement conclure qu'à cause d'une augmentation locale d'énergie cinétique et donc de la fréquence d'ionisation, **la densité électronique augmente au passage de l'onde de temps de transit.**

L'effet de l'instabilité de temps de transit sur l'énergie est illustrée sur la figure 4.18. Ce sont des profils axiaux du champ axial en (a) et de l'énergie cinétique en (b) pris à deux instants différents de la chute de courant. On note dans la seconde moitié du domaine que l'énergie cinétique, au passage de l'onde est maintenue à un niveau élevé (40 eV) favorisant les collisions inélastiques (le seuil d'ionisation est de 12,3 eV) comme

le profil d'ionisation l'atteste (cf. Fig. 4.17 (b)). Par ailleurs, le profil unidimensionnel de densité de xénon (cf. Fig. 4.13) confirme la prolongation de l'ionisation à 3 cm.

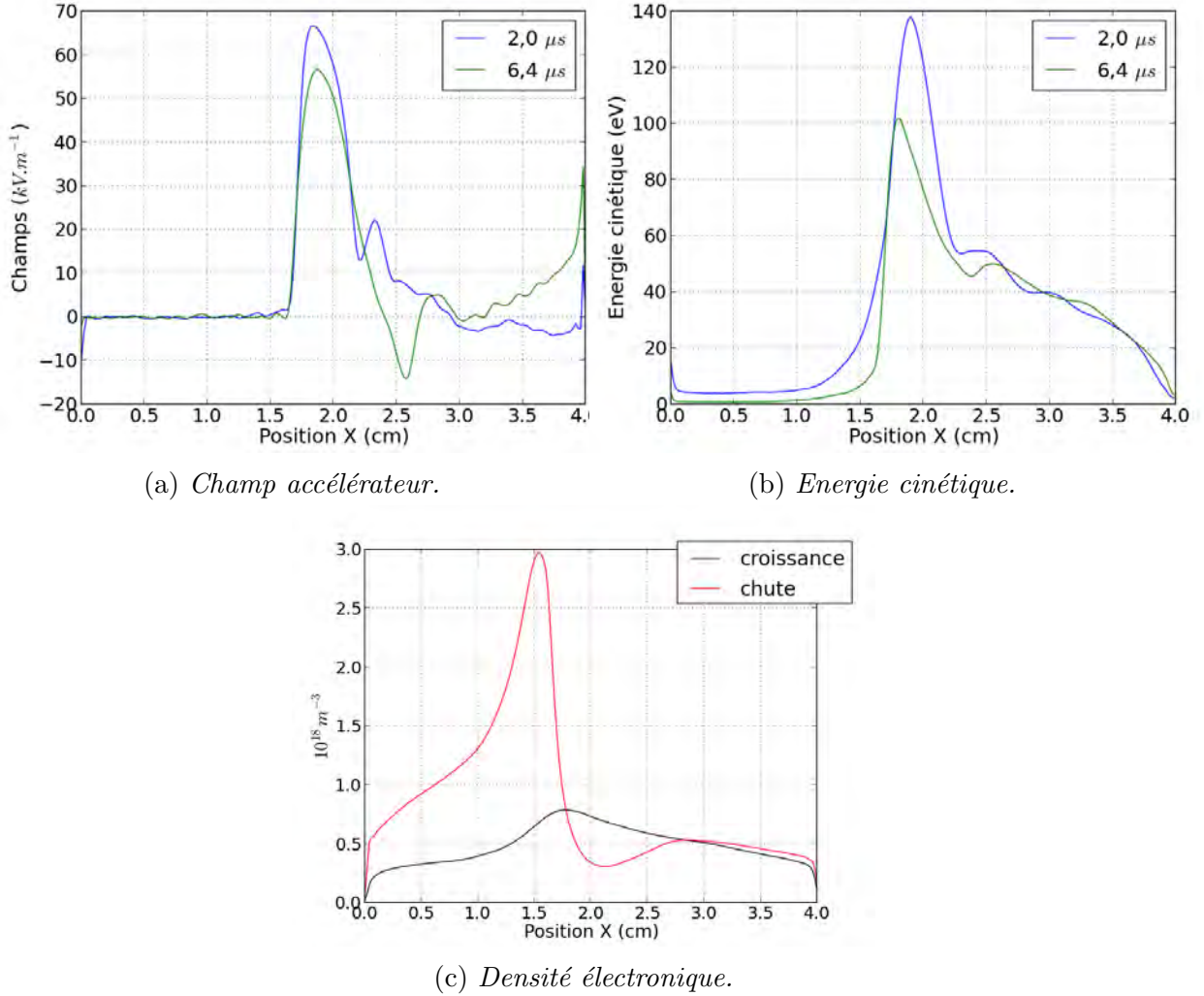


FIG. 4.18: Profils de champ accélérateur (a) et d'énergie cinétique (b) en fonction de l'axe. Ils ont été tracés à deux instants différents de la chute de courant : $2 \mu s$ et $6,4 \mu s$. Profil de densité électronique (c) dans la montée de courant et dans la chute.

Le transport électronique axial, au-delà du plan de sortie ne bénéficie pas de l'influence des parois et souffre de plus de l'instabilité de temps de transit qui comme on l'a dit perturbe l'établissement de l'instabilité de dérive azimutale. La continuité du courant dans la zone externe au canal du propulseur est donc essentiellement assurée par un transport collisionnel. La remontée de densité de xénon en $x=2$ cm en fin d'oscillation de courant (soit une augmentation du transport collisionnel) et sa faible densité en $x=3$ cm (qui affaiblit l'ionisation et donc l'apport d'électrons) vont amortir l'instabilité de temps de transit qui finira par s'essouffler.

Nous avons vu qu'à 2 cm, l'instabilité de temps de transit permettait d'accroître les

collisions pariétales et donc d'assurer un transport suffisant des électrons. Dans la zone de gradient négatif de B , en $x=3$ cm, les collisions en volume bien que faibles assurent le transport électronique. Que se passe-t-il dans la zone de forte densité de xénon, en $x=1,5$ cm ?

Effets de l'instabilité de temps de transit en $x = 1,5$ cm

En $x=1,5$ cm, on remarque une forte accumulation de densité électronique. Elle est issue de l'ionisation et est transportée jusqu'à cette région où elle s'accumule. Elle est visible sur la figure 4.18 (c) où est tracé le profil unidimensionnel de densité électronique dans la montée de courant et dans la chute. D'après le profil de collisions électron-neutre (cf. Fig 4.17 (a)), la collisionnalité en ce point là est jusqu'à huit fois plus faible ($6 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$) que les valeurs les plus importantes observées dans la montée ($4,8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$). Deux raisons peuvent être invoquées : la baisse de la densité de xénon et la diminution de l'énergie cinétique (cf. Fig 4.18 (c) en $x=1,5$ cm). La concordance de ces deux raisons aboutit donc à une faible fréquence de collisions en volume et à un transport moindre mais néanmoins effectif, entraînant la croissance localisée de la densité électronique dans la chute de courant. En outre, la fréquence de collisions pariétales (cf. Fig. 4.17 (c)) est faible en $x=1,5$ cm limitant alors la contributions des parois sur le transport. Enfin, comme on peut le voir sur la figure 4.18 (a), la faible valeur de champ axial proche de 0 au fond du canal, empêche l'établissement de l'instabilité de dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ dont la conséquence serait un transport plus grand. La valeur de champ magnétique en ce point (cf. Fig. 3.1) est de 60 G. Bien que presque 3 fois plus faible que la valeur maximale, il représente néanmoins une barrière importante en l'absence d'un nombre suffisant de collisions élastiques. 30 μs sont nécessaires pour retrouver une densité électronique comparable à celle observée avant ionisation (cf. Fig. 4.11). **Les collisions électron-neutre seules permettent donc de transporter les électrons, bloqués en $x = 1,5$ cm vers l'anode.**

Nous sommes arrivés en fin d'oscillation. Elle redémarrera lorsque les neutres auront pénétré à nouveau la zone d'ionisation. Nous allons maintenant résumer les mécanismes étudiés puis explorer les différences entre plusieurs points de fonctionnement (couple (B, U_0)). Ceci nous permettra d'enrichir la précédente description en apportant une vision plus précise des mécanismes d'ionisation, ainsi que leurs implications sur l'amplitude des oscillations et la valeur du courant de décharge.

4.3.3 Résumé

Avant de poursuivre, résumons le mécanisme que nous venons d'expliquer. Le cycle débute lorsque démarre l'ionisation du xénon (dans la seconde moitié du domaine). Le

courant de décharge croît à mesure que celui-ci est ionisé. Ce processus est schématisé sur la figure 4.19 étape 1. Le transport collisionnel est important, que ce soit en surface ou en volume. Autour du temps $t = -5 \mu s$ Le champ axial induit grâce au piégeage magnétique, entraîne la génération du champ azimuthal dû à la dérive $\mathbf{E}_x \times \mathbf{B}_z$. De là apparaît l'instabilité azimuthale. A mesure que la densité de xénon diminue, les processus collisionnels en volume s'affaiblissent. Le champ azimuthal se renforce et la conductivité croît simultanément. De plus, les collisions pariétales deviennent plus importantes, participant au transport électronique. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que les mécanismes de transport deviennent insuffisants. Nous sommes sur la figure 4.19 étape 2.

Le pic est atteint et le champ accélérateur croît brutalement et localement autour de $x = 2 \text{ cm}$, alors que dans la zone de gradient négatif de B , il change de signe, à cause de l'instabilité de temps de transit, entraînant l'effondrement du champ azimuthal. Nous sommes sur la figure 4.19 étape 3, c'est à dire dans la chute de courant. Les électrons, transportés à la fois par le champ azimuthal et par les collisions élastiques dans la fin montée de courant (étape 2), se retrouvent concentrés dans la zone située autour de $x = 1,5 \text{ cm}$, dans la zone voisine au champ accélérateur et forment un pic de densité. Celui-ci est alors transporté à l'anode, à l'aide des processus collisionnels. Dans la zone de gradient négatif de B , l'instabilité de temps de transit perdure quelques dizaines de micro-secondes car elle est nourrie non seulement par l'apport d'électrons issues de l'ionisation en aval mais aussi parce que à l'endroit de sa source, en $x = 2 \text{ cm}$, l'ionisation reste importante. Enfin, le xénon pénètre à nouveau dans la zone d'ionisation jusqu'au prochain démarrage de l'ionisation et l'instabilité de temps de transit s'essouffle.

4.4 Etude des différents régimes

Nous allons maintenant étendre la précédente étude vers d'autres régimes de fonctionnement, introduits en section 4.2.

4.4.1 Régime de moyenne tension

Sur la figure 4.20, nous avons tracé trois coupes de la densité de gaz en fonction du temps à 1, 2 et 3 cm pour les tensions 300, 350 et 400 V. On remarque que dans la montée de courant, lorsque l'ionisation démarre ($10 \mu s$ avant le pic), les courbes les plus basses sont celles à tensions plus élevées. Dans la chute de courant, l'inverse se produit. Plus la tension est élevée, plus la densité de xénon est forte. Il a donc moins été ionisé. Nous avons aussi remarqué sur la caractéristique courant-tension, figure 4.1 la baisse de l'amplitude des oscillations en augmentant la tension alors que l'on s'attendrait à l'inverse.

Voici ce qui se passe. Nous rappelons que lorsque s'amorce la chute de courant, l'instabilité de temps de transit se déclenche. Le passage de l'onde de champ axial élève

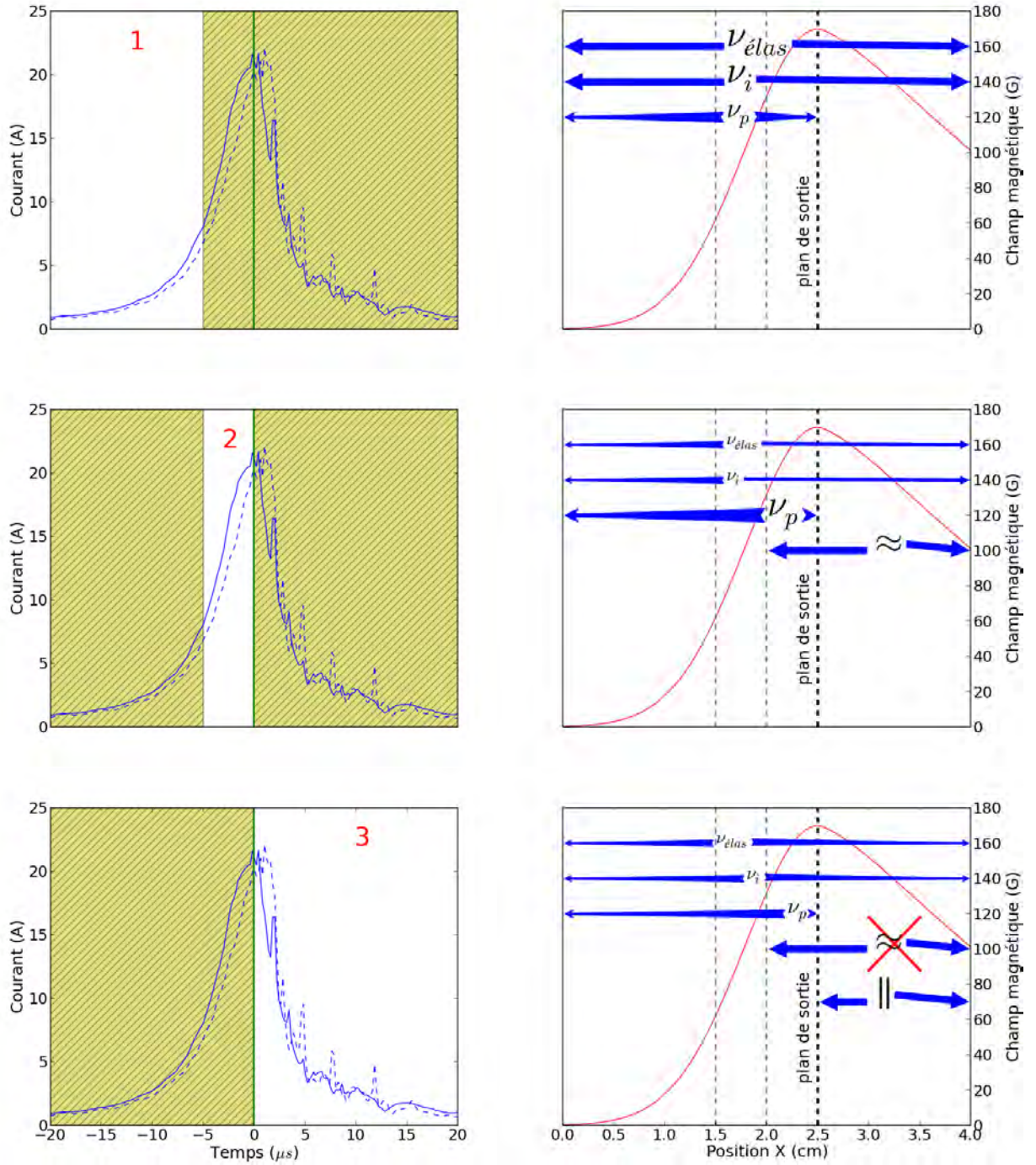


FIG. 4.19: Importance et extension spatiale des événements collisionnels et fluctuants sur une oscillation de courant de décharge. ν_{en} , ν_i et ν_p désignent la fréquence de collisions élastiques, la fréquence d'ionisation et la fréquence de collisions pariétales respectivement. \approx et \parallel désignent l'instabilité de dérive azimuthale et l'instabilité de temps de transit, respectivement. La taille des flèches traduit l'importance des phénomènes par rapport aux autres. Le profil de champ magnétique (rouge) est tracé.

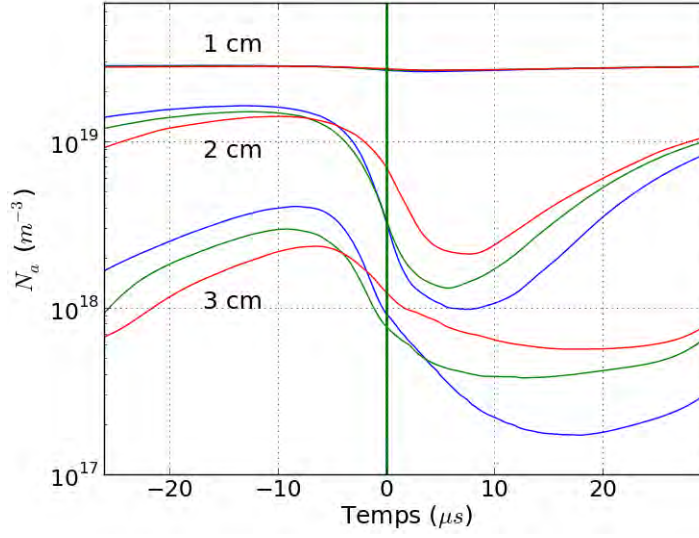


FIG. 4.20: Evolution de la densité de gaz à 3 positions différentes, pour 3 tensions appliquées : 300 V, 350 V, 400 V.

l'énergie cinétique localement et accroît donc le taux d'ionisation. Nous avons tracé sur la figure 4.21 les profils de la fréquence de disparition de xénon (a) ainsi que l'énergie cinétique (b) pour le cas 300 et 400 V, moyennés dans la montée de courant et dans la chute. Dans la chute, on voit que l'énergie cinétique des électrons est plus élevée à 300 V qu'à 400 V, particulièrement dans la seconde moitié du domaine. La fréquence de disparition est aussi nettement plus importante à 300 V où l'on note un coude après 2 cm qui est consistant avec l'énergie élevée dans la même région. L'instabilité de temps de transit est donc plus présente à faible tension et entraîne alors une ionisation plus profonde du xénon. Il s'ensuit finalement une remontée plus élevée du xénon. Ceci expliquant alors les oscillations de courant plus grandes.

L'instabilité de temps de transit a un impact fort sur la décharge en accentuant l'amplitude des oscillations de courant à basse tension. Nous allons voir maintenant que son importance va décroître jusqu'à un point où l'amplitude des oscillations ne sera plus dictée par celle-ci.

4.4.2 Régime haute tension

D'après la caractéristique courant-tension, on note qu'après une phase décroissante des amplitudes des oscillations de courant survient une faible recrudescence de celles-ci pour 500 V. On rappelle que l'amplitude des oscillations de courant est liée aux mouvements du xénon et plus précisément à l'efficacité de l'ionisation. Sur une période d'oscillation de courant, plus l'ionisation est forte, plus le xénon est attaqué et plus l'amplitude de l'oscillation est élevée. Comme à partir de 400 V les oscillations croissent à nouveau en

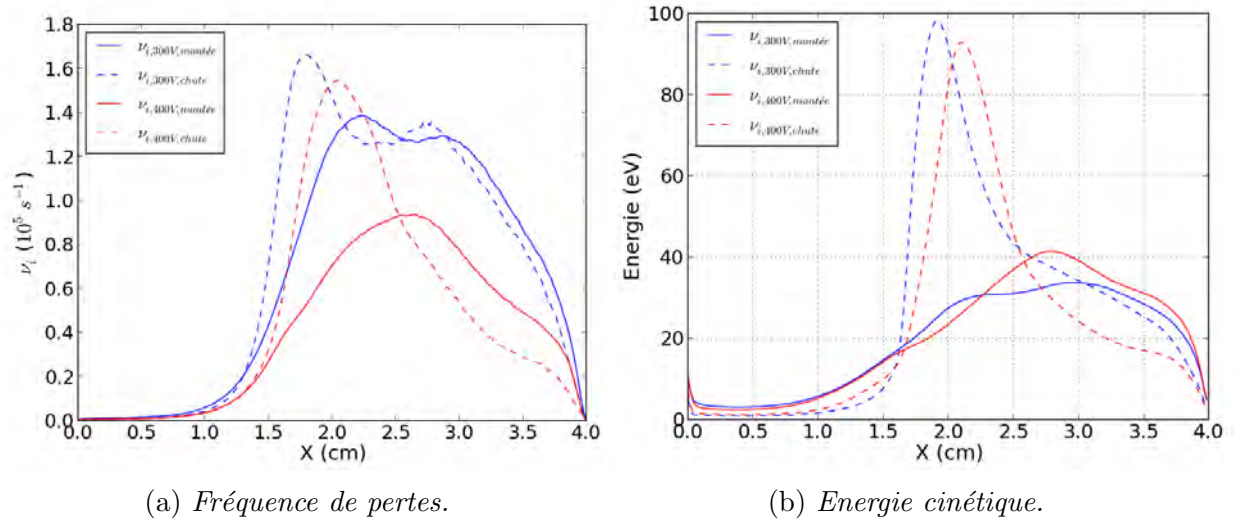


FIG. 4.21: (a): Les fréquences de pertes ont été moyennées dans la montée de courant (traits continus) et dans la chute (traits discontinus) pour des tensions de 300 V et 400 V. (b): Energie cinétique des électrons pour les mêmes situations.

amplitude, on en déduit que l'ionisation se renforce. Sur la figure 4.22, on remarque en effet que la densité de xénon à 500 V est plus basse qu'à 400 V, signe de l'ionisation plus intense. Ceci est confirmé par la figure 4.23 (a) sur laquelle est tracée la fréquence de disparition des neutres qui est maintenue pour le cas 500 V à un niveau au moins aussi élevé qu'à 400 V dans la chute. En parallèle sur la figure 4.23 (b), on voit que l'énergie dans la chute de courant est plus importante à 500 V. Nous avons vu que l'instabilité de temps de transit permettait d'élever le niveau de l'énergie électronique en sortie du propulseur. Mais jusqu'à qu'elle mesure?

Pour s'assurer de sa présence, nous avons tracé les fonctions de distribution en vitesse axiale des ions sur la figure 4.24 pour trois tensions appliquées: 300, 400 et 500 V. Ces fonctions de distributions ont été centrées autour de la vitesse axiale maximale que peuvent atteindre les ions dans chaque différence de potentiel (27 km.s^{-1} à 500 V, 24 km.s^{-1} à 400 V et 21 km.s^{-1} à 300 V). Plus la tension appliquée est grande, plus la vitesse axiale dépassant la limite maximale est faible. En conséquence, **l'instabilité de temps de transit s'affaiblit lorsque la tension appliquée est augmentée.**

4.4.3 Régime de transition

A 250 V, on trouve les prémices de l'entrée dans un nouveau régime qui nous amèneront à 200 V à un changement important dans le déroulement de l'ionisation et donc des caractéristiques de la décharge. En effet, à partir de 200 V, on note sur les courbes courant-tension (cf. Fig 4.1) une baisse de l'efficacité du propulseur exprimée par la va-

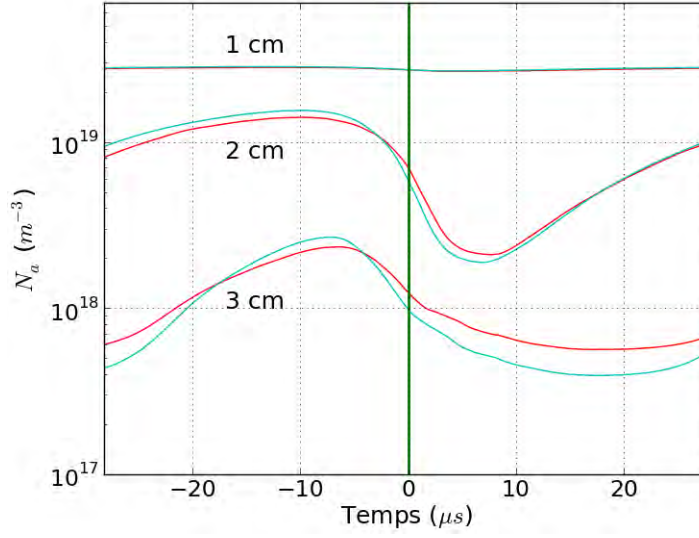


FIG. 4.22: Evolution de la densité de gaz à 3 positions différentes, pour 2 tensions appliquées: 400 V et 500 V.

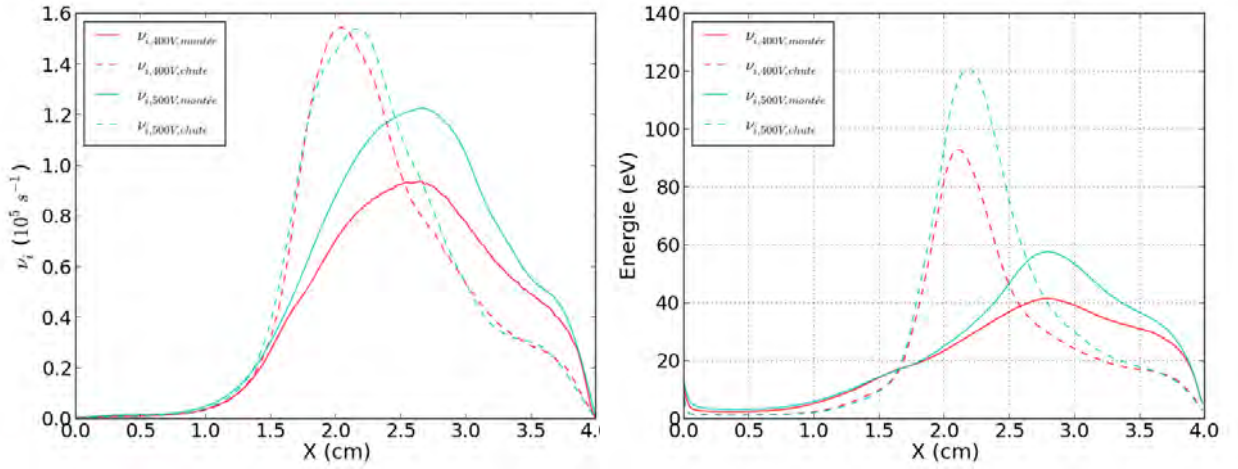


FIG. 4.23: (a): Les fréquences de pertes ont été moyennées dans la montée de courant (traits continus) et dans la chute (traits discontinus) pour des tensions de 400 V et 500 V. (b): Energie cinétique des électrons pour la même situation.

leur du courant ionique de sortie plus faible que le courant total. De plus, on note un affaiblissement des oscillations du mode de respiration.

Sur la figure 4.25 nous avons tracé l'évolution des densités de xénon à 3 positions différentes pour 250 et 200 V. A 250 V, on note un chevauchement des courbes de densité 3 μs après le pic de courant. A 200 V et durant l'ionisation, la courbe de densité de xénon à 2 cm passe en dessous de celle à 3 cm. Cela signifie que le xénon est ionisé plus

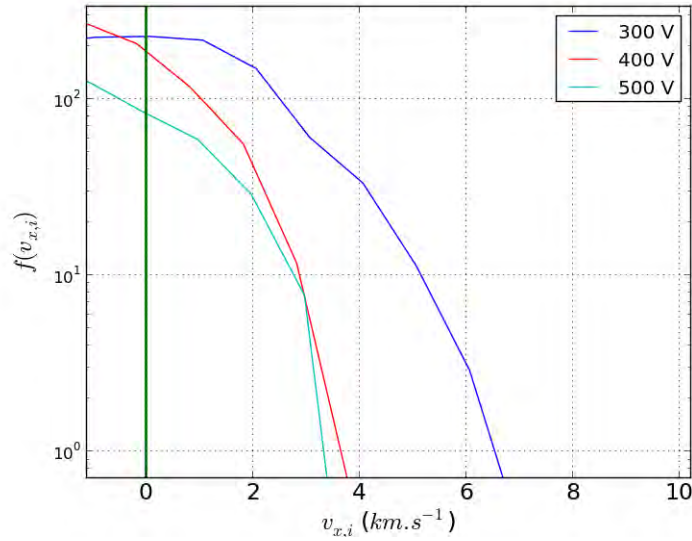


FIG. 4.24: Fonctions de distributions en vitesse axiale des ions pour 300 V, 400 V et 500 V. Elles ont été moyennées dans la chute de courant et sur tout le domaine.

rapidement à 2 cm qu'à 3 cm ce qui résulte en un creux de densité à 2 cm. Cette tendance est d'autant plus marquée que le xénon remonte plus haut qu'à 250 V, étant donné qu'il est beaucoup plus ionisé dans la chute de courant (en dessous de 10^{18} m^{-3} à 2 cm et proche de 10^{17} m^{-3} à 3 cm).

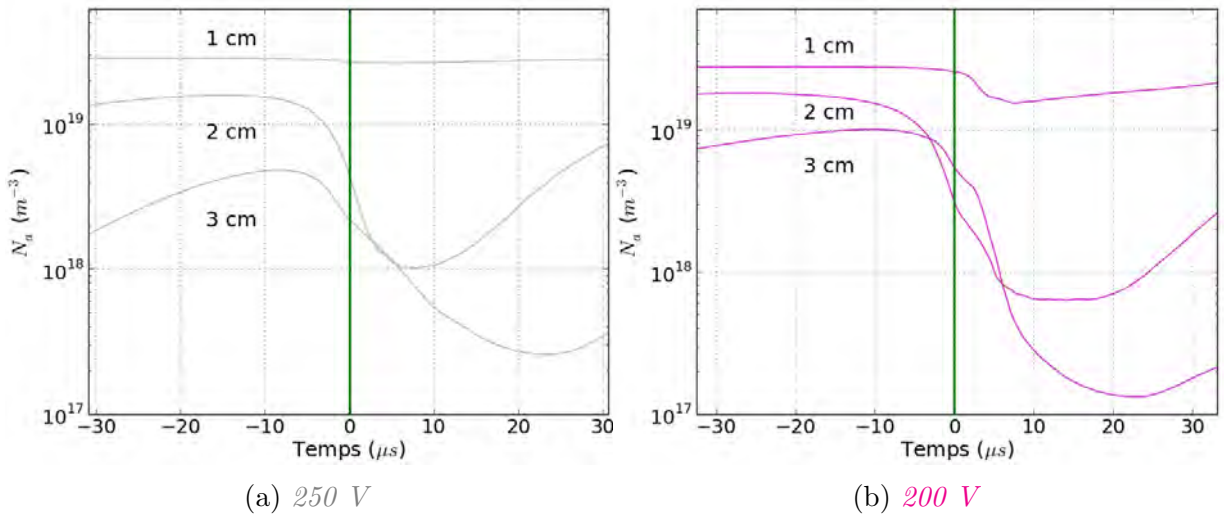


FIG. 4.25: Evolution de la densité de gaz à 3 positions différentes.

Sur la figure 4.26, nous avons tracé les profils de fréquences de disparition en (a) et l'énergie cinétique électronique en (b) pour 200 et 250 V, dans la montée et la chute de courant. Contrairement aux autres tensions, on note que dans la phase de montée de courant, l'énergie au point $x=3 \text{ cm}$ est plus faible qu'en $x=2 \text{ cm}$. Elle est aussi plus faible

à 3 cm que pour les tensions supérieures. Ceci se répercute donc sur les fréquences de pertes qui montrent clairement que l'ionisation est plus intense à 2 cm qu'à 3 cm. Elle est d'autant plus intense à 200 V que la différence d'énergie entre la valeur à 2 cm et celle à 3 cm est plus élevée. **Lorsque la tension devient trop faible (à partir de 250 V), l'ionisation à 3 cm devient insuffisante par rapport à celle qui se déroule à 2 cm et le xénon est "creusé" de l'intérieur.**

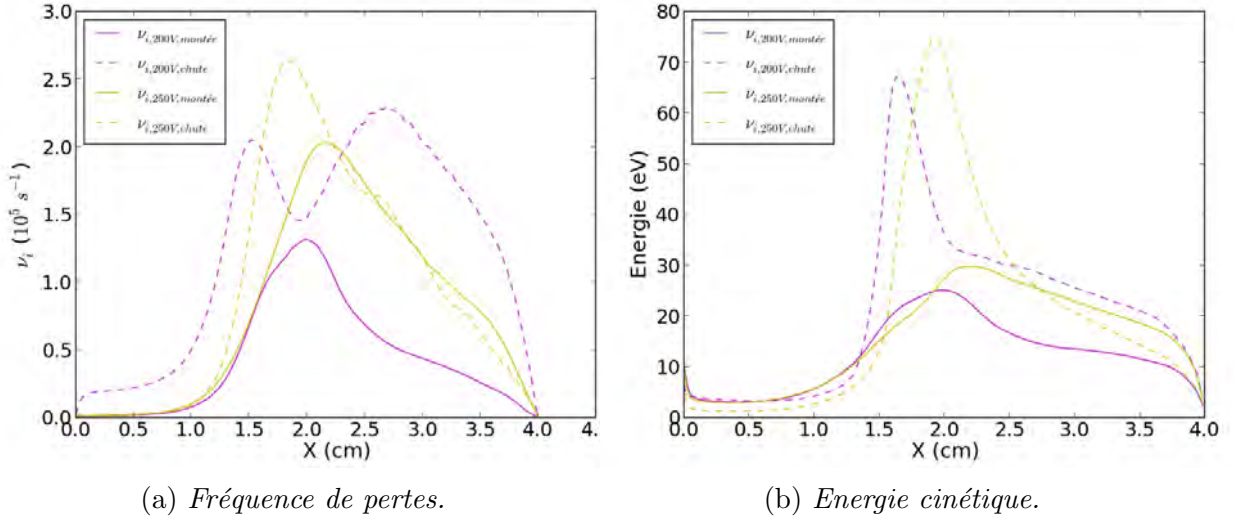


FIG. 4.26: (a): Les fréquences de pertes ont été moyennées dans la montée de courant (traits continus) et dans la chute (traits discontinus) pour des tensions de 250 V et 200 V. (b): Énergie cinétique des électrons pour la même situation.

Lorsque s'amorce la chute de courant, l'énergie cinétique dans la seconde partie du domaine croît et dépasse celle atteinte dans la montée. Cette tendance tranche avec les précédents profils (à 250 V et au-delà) où l'énergie relevée à 3 cm diminue dans la chute de courant. **Plus la tension appliquée est faible, moins la différence d'énergie entre la montée de courant et la chute dans la seconde moitié du domaine est importante et à 200 V, on observe une inversion.** Elle est alors plus élevée dans la chute. Cela signifie que l'instabilité de temps de transit est nettement plus importante à 200 V, comme on peut le voir sur la figure 4.27. Nous avons tracé les fonctions de distribution en vitesse axiale des ions, moyennées sur la chute de courant et en x . Elles sont centrées sur la vitesse maximale que peuvent atteindre les ions qui "voient" toute la chute de potentiel (17 km.s^{-1} à 200 V et 19 km.s^{-1} à 250 V). A 200 V, les vitesses atteintes sont nettement plus élevées qu'à 250 V, signifiant que l'instabilité se renforce. En conséquence, à 200 V, l'ionisation du xénon est plus intense (en fin d'ionisation, la valeur de la densité atteinte à 3 cm est inférieure à 10^{17} m^{-3} pour 200 V contre une valeur égale à 10^{17} m^{-3} à 250 V).

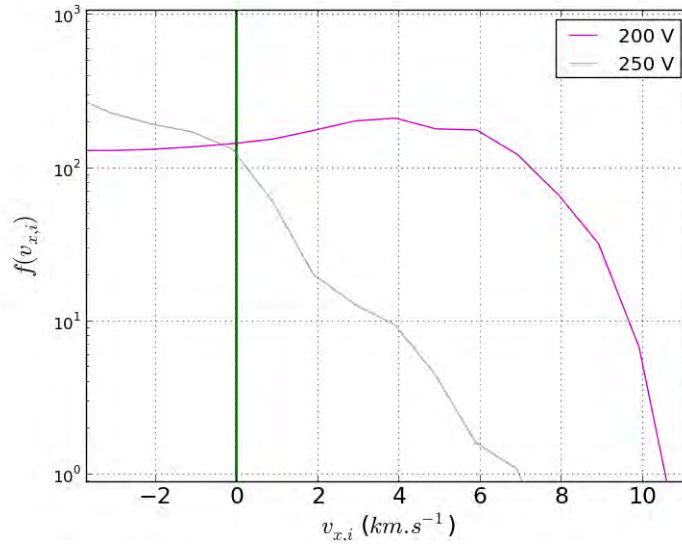


FIG. 4.27: Fonctions de distribution en vitesse axiale des ions pour 200 V et 250 V. Elles ont été moyennées dans la chute de courant et sur tout le domaine.

4.4.4 Régime basse tension

On entre dans le régime basse tension lorsque le courant ionique et courant total s'écartent (cf. Fig 4.1) soit entre 200 et 250 V qui, on l'a dit, délimitent une phase de transition. L'efficacité du propulseur est donc moins bonne, en lien avec une multiplication plus faible. Nous allons étudier les raisons. L'évolution temporelle de la densité de xénon pour 160 V et 180 V est tracée sur la figure 4.28.

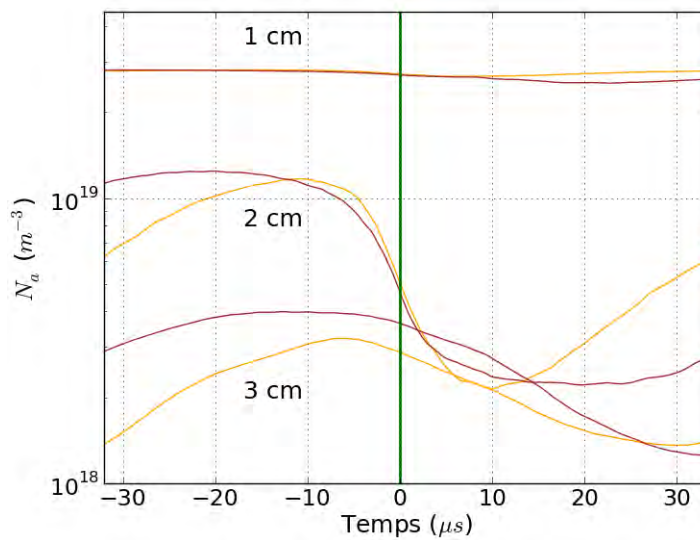


FIG. 4.28: Evolution de la densité de gaz à 3 positions différentes, pour 3 tensions appliquées : 160 V et 180 V.

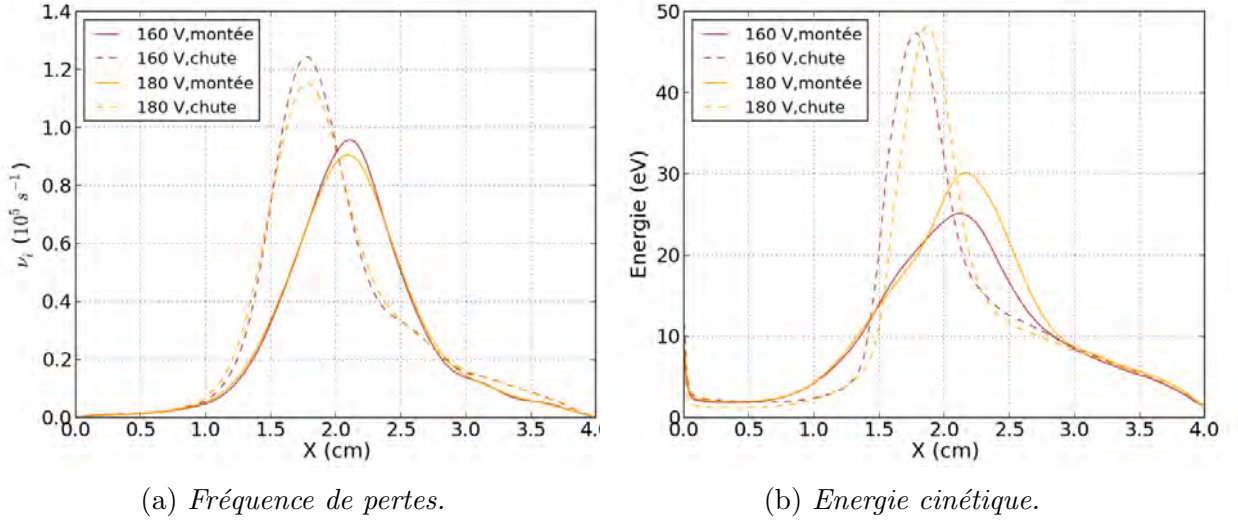


FIG. 4.29: (a): Les fréquences de pertes ont été moyennées dans la montée de courant (traits continus) et dans la chute (traits discontinus) pour des tensions de 160 V et 180 V. (b): Energie cinétique des électrons pour la même situation.

La première observation à faire est que la densité de xénon ne baisse pas en deçà de 10^{18} m^{-3} pour aucune des 3 positions. Le constat est surtout flagrant à 3 cm où l'amplitude des oscillations de xénon est plus faible. L'ionisation est donc moins bonne comme les profils de collisions inélastiques le confirment (cf. Fig. 4.29 (a)).

Sur le profil d'énergie, figure 4.29 (b), la différence d'énergie dans la montée de courant, entre les points $x=2 \text{ cm}$ et $x=3 \text{ cm}$ est importante. Ceci entraîne une ionisation du xénon qui démarre de l'intérieur, comme nous l'avons dit lors de l'étude de la phase de transition.

D'une manière générale, l'énergie moyenne est plus basse étant donnée la faiblesse de la tension appliquée. La présence d'une densité de xénon plus importante augmente la fréquence de collisions qui se situe alors autour de 10^7 s^{-1} (résultat non présenté).

4.4.5 Régime de courant amorti et oscillant

A 100 G et pour des tensions de 250 et 300 V, on a remarqué sur la caractéristique courant-tension (cf. Fig 4.3) que le courant de sortie est presque constant et est de plus très bruyé (cf. Fig. 4.30 (a)). La fréquence de ces fluctuations est reportée sur la figure 4.30 (b). Le pic à 15 kHz correspond au mode de respiration. Autour de 400 kHz, nous retrouvons des fréquences du même ordre de grandeur que celles du mode azimutal basse fréquence. Nous rappelons que c'est sous ces conditions de fonctionnement qu'il se développe (cf. section 3.3.3). Nous avons observé la progression à intervalles réguliers d'ondes de densité en direction de l'anode. Les fluctuations rapides seraient alors la signature de ces bouffées de matière. De plus, nous avons remarqué que plus la tension est faible, plus le champ

électrique est "tiré" vers l'extérieur. Ceci est d'autant plus marqué à 100 G et à 300 V que le champ accélérateur sort complètement du canal.

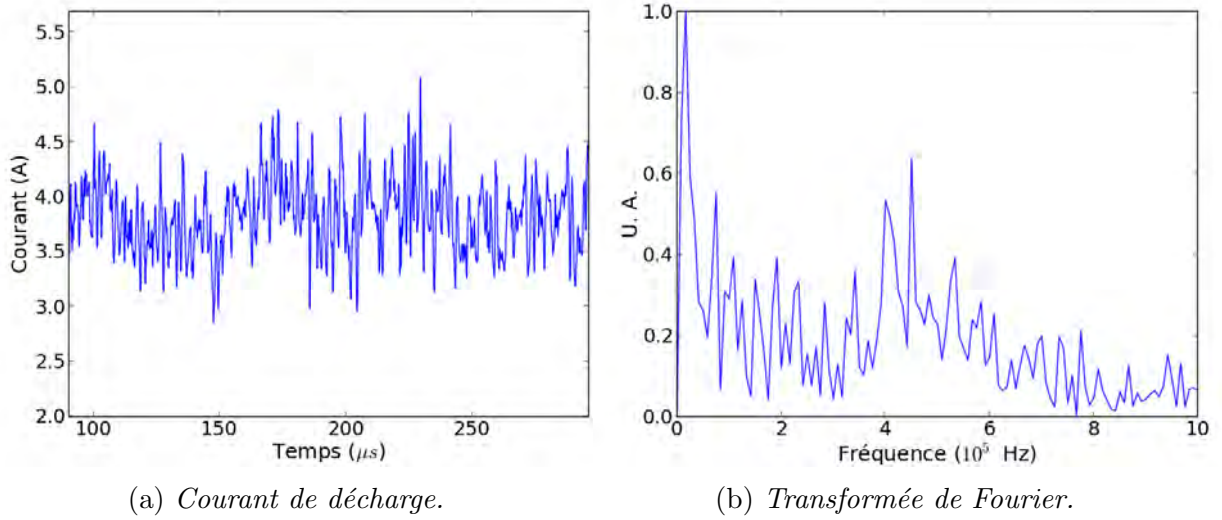


FIG. 4.30: Courant de décharge à 100G et 300V.

Dans ces conditions, nous ne voyons pas se développer l'instabilité de dérive azimutale. Nous pouvons suggérer que soit les conditions ne sont pas réunies pour générer une telle instabilité, soit elles le sont mais favorisent le développement d'un autre mode qui empêche l'établissement de l'instabilité azimutale. En effet, contrairement aux autres couples (B, U_0) , le champ accélérateur se situe hors du canal du propulseur, dans la zone de gradient de champ magnétique négatif. Il est donc possible que cette configuration entraîne la génération de ce genre d'onde azimutale basse fréquence.

A l'instar d'A. Ducrocq, il serait judicieux de se placer dans une configuration simplifiée afin de tenter de retrouver ce phénomène fluctuant, et de comprendre clairement les raisons de son apparition. Pour rappel, afin de retrouver l'instabilité de dérive azimutale, A. Ducrocq a imposé un champ magnétique constant et des conditions périodiques dans la direction azimutale dans un modèle PIC explicite. Aucun phénomène de pertes d'énergie n'a été pris en compte, le but étant d'observer la saturation de l'instabilité azimutale. Il n'a pas observé le mode basse fréquence que nous observons à 100 G. Il serait donc intéressant d'étendre son étude et d'introduire un gradient de champ magnétique afin de conclure sur son importance dans le déclenchement de ce mode.

Pour évaluer le transport calculé dans le propulseur, nous avons tracé les courbes de mobilités collisionnelles et fluides sur la figure 4.31.

On remarque un transport nettement différent à 100 G : une mobilité fluide et collisionnelle très faibles dans le gradient négatif de B par rapport aux autres mobilités (inférieure à $0,1 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ pour 300 V) et au contraire, une mobilité accrue dans la zone de champ magnétique positif (égale à $1 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ pour 300 V à 2,5 cm alors qu'elle

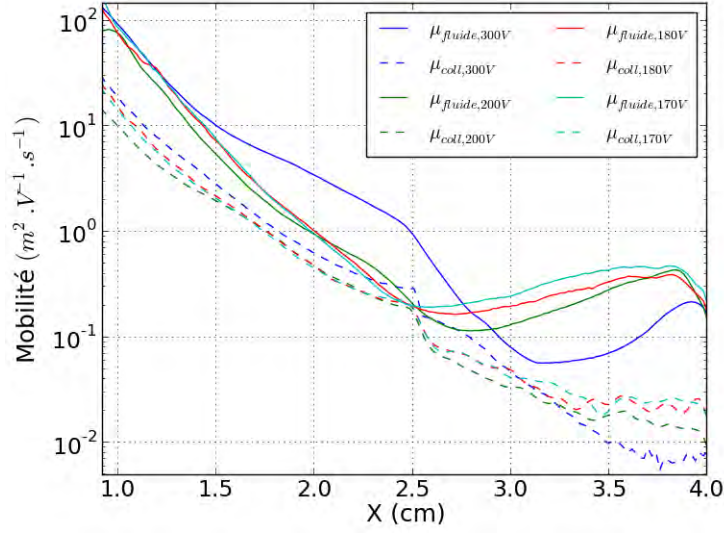


FIG. 4.31: *Profils de mobilités fluides (traits continus) et collisionnelles (traits discontinus). Ces profils ont été moyennés en temps sur 300 μ s.*

n'est que de $0,2 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ pour les autres tensions). De plus, on note que cette dernière zone coïncide avec le développement du mode azimuthal basse fréquence (cf. Fig. 3.15).

Pour essayer de comprendre ces comportements, nous allons évoquer les résultats obtenus avec le modèle implicite dans la même configuration. **En implicite nous obtenons aussi un courant de décharge constant à 100 G et 300 V** (résultat non présenté dans le manuscrit). Toutefois, la position du champ accélérateur se situe dans le gradient positif de \mathbf{B} . L'instabilité azimuthale haute fréquence est présente et on ne voit pas se développer le mode basse fréquence comme dans l'explicite. La mobilité est très importante à partir de 2,5 cm et est de $1 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ jusqu'à la cathode où elle atteint $10 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans les deux modèles, nous avons donc des caractéristiques différentes (position du champ accélérateur et mobilité après 2,5 cm) qui aboutissent aux mêmes conséquences sur la dynamique du courant de décharge et donc de l'ionisation. Ils permettent tous deux d'obtenir une mobilité importante autour d'une région proche de 2,5 cm. On note aussi une augmentation de l'énergie cinétique dans les deux modèles qui est de 90 eV dans l'implicite et de 100 eV dans l'explicite.

On peut suggérer qu'une baisse du champ magnétique, entraîne une augmentation de la mobilité autour de 2,5 cm. Le temps de résidence est donc plus faible, entraînant une ionisation moindre.

Enfin, lorsque la tension appliquée passe en dessous de 250 V, le courant de décharge oscille à nouveau et son amplitude augmente à mesure que baisse la tension appliquée. On tend alors vers un déroulement de décharge tel que nous l'avons décrit à 170G.

4.5 Synthèse et transport électronique

Dans un premier temps nous allons résumer les tendances observées jusqu'à présent et apporter des précisions sur les processus de transport en jeu durant la décharge.

Nous avons isolé trois positions de l'espace : 1, 2 et 3 cm. Au niveau de ces positions, nous avons observé l'évolution de la densité de xénon au cours d'une oscillation de courant. Pour les tensions importantes, l'ionisation démarre simultanément à 2 et 3 cm. Le xénon est ionisé jusqu'à un seuil minimum atteint dans la chute de courant, qui ne garantit plus suffisamment de collisions inélastiques. L'ionisation s'arrête et le xénon remplit alors le canal jusqu'au prochain démarrage de l'ionisation. **Plus le niveau de xénon après ionisation est bas, plus élevée sera sa remontée.** De plus, **plus l'amplitude des variations de xénon est importante, plus les oscillations de courant sont grandes.** Ce processus est évident lorsqu'on sait que le comportement du courant ionique est directement lié à la dynamique du xénon.

Lorsque la tension appliquée diminue, on remarque une augmentation de l'amplitude des oscillations de courant. L'ionisation se renforce dans la chute bien que la tension diminue, et la densité de xénon est alors plus faible en fin d'ionisation. Le maintien d'une énergie importante dans la seconde moitié du domaine est lié au déclenchement de l'instabilité de temps de transit. Une onde de champ électrique progresse en direction de la cathode et chauffe les électrons sur son passage. Le taux d'ionisation augmente alors temporairement. **Baisser la tension appliquée renforce l'instabilité de temps de transit.**

Sur la figure 4.32, nous avons tracé l'écart type du champ accélérateur dans la chute de courant. Le recourt à l'écart type s'explique par le fait qu'à cause de l'instabilité de temps de transit, le champ fluctue fortement dans la deuxième moitié du domaine (cf. section 3.3.2). De plus, nous avons normalisé les maxima de champ à 1 dans le but de comparer l'amplitude des fluctuations par rapport aux maximum.

En baissant la tension à partir de 400 V, on note que la part de champ axial fluctuant (entre 2,5 et 4 cm) augmente par rapport au maximum jusqu'à culminer à 200 V. C'est le régime des moyennes tensions. A 500 V, la décroissance douce est moins due à l'instabilité de temps de transit qu'à une remontée de champ à tension plus élevée. L'instabilité de temps de transit est moins présente, comme l'a confirmé un dépassement moindre de la vitesse maximale, atteignable par les ions. Enfin en dessous de 200 V, l'instabilité de temps de transit est importante mais comme la tension appliquée est faible, l'ionisation est faible et la densité de xénon est donc plus forte. **Les collisions élastiques sont donc plus efficaces à tension plus basse.**

Ceci est confirmé sur les profils de mobilité collisionnelle, figure 4.33 (a). Ils comprennent les 3 processus collisionnels : collisions électron-neutre, collisions électron-paroi et ionisation. Hormis le cas à 200 V, le transport collisionnel en sortie du propulseur

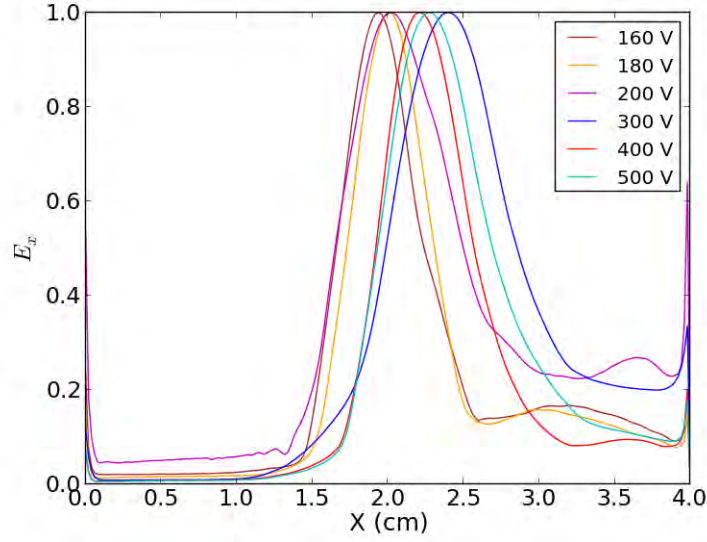


FIG. 4.32: Champ électrique intégré dans la chute de courant. Les profils sont normalisés à 1 pour comparer l'amplitude des fluctuations par rapport aux maximum.

augmente en baissant la tension.

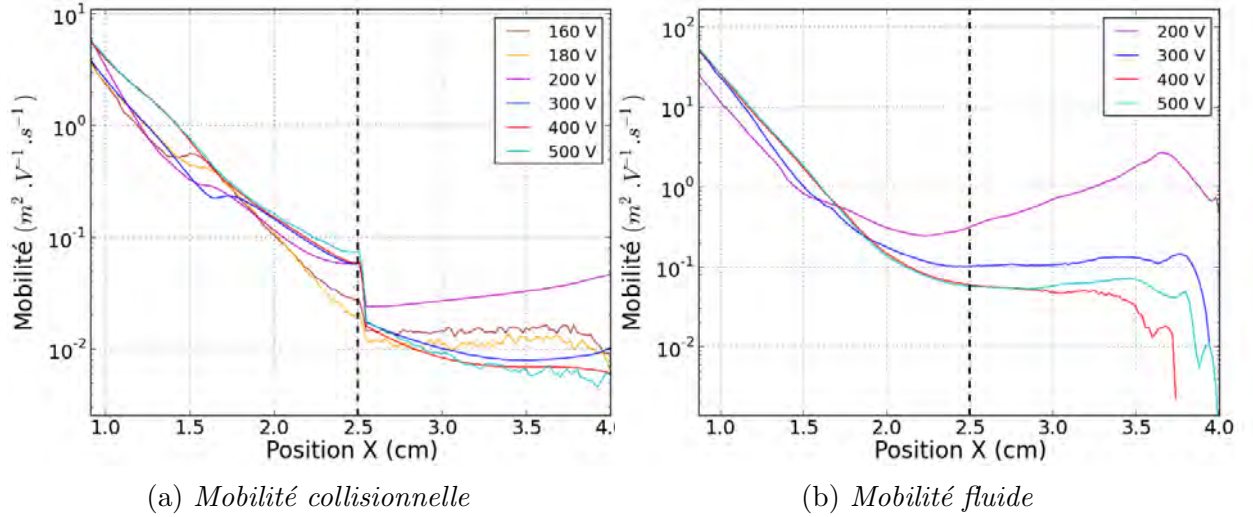


FIG. 4.33: Profils de mobilité pour différentes tensions de décharge, à 170 G.

La mobilité fluide est tracée sur la figure 4.33 (b). Nous observons à nouveau la forte augmentation à 200 V. Par contre, nous n'avons pas été en mesure de tracer les mobilités fluide pour les basses tensions (160 et 180 V) à cause de l'instabilité de temps de transit. Elle est permanente à faibles tensions et la valeur moyenne du champ axial est donc nulle dans la zone de gradient négatif de B. L'instabilité azimuthale observée dans la montée de courant à tensions plus élevées n'apparaît donc pas.

De plus, aux moyennes et hautes tensions, nous n'avons pas noté de nombre de modes

différent pour l'instabilité. Ils s'étendent entre 9 et 11 suivant les instants où elle est observée. Toutefois, nous avons noté qu'à 200 V, l'instabilité peine à se fixer sur un mode donné comme c'est le cas à 300 V. Nous pensons que la difficulté à s'établir vient de l'importance des collisions qui perturbent sa saturation en aidant au transport des électrons.

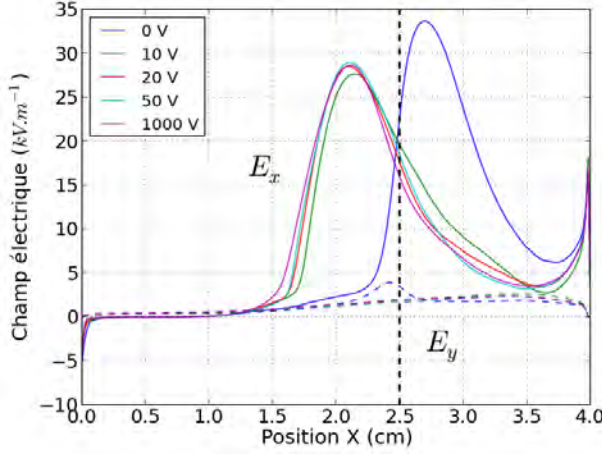
La situation à 200 V marque la transition entre le régime de moyennes tensions et le régime basses tensions. L'énergie fournie par le champ électrique atteint une valeur seuil qui devient insuffisante pour que l'ionisation du xénon soit efficace dans la montée de courant de décharge. Un creux de densité de gaz se crée alors autour de la position $x=2$ cm car la densité de xénon est plus élevée autour de $x=3$ cm. Toutefois, grâce à l'instabilité de temps de transit, le champ électrique est encore suffisamment élevé pour fournir l'énergie nécessaire, garantissant un taux d'ionisation élevé dans la chute de courant. Il y a donc un déséquilibre entre l'ionisation qui a lieu dans la montée de courant et celle qui suit dans la chute : faible dans la montée, forte dans la chute. La densité de xénon importante dans la montée de courant et l'énergie élevée dans la chute permettent de maintenir la fréquence de collisions à un niveau important, assurant alors un fort transport collisionnel (cf. Fig. 4.33).

Lors de la montée de courant, 5-10 μs avant le pic, nous avons vu le renforcement de l'onde de dérive. **Lorsque la collisionnalité diminue, l'instabilité azimuthale se renforce et le transport axial est plus important.** Par ailleurs, nous avons vu qu'aux mêmes instants, la fréquence de collisions pariétales s'accroît car l'énergie dirigée suivant la direction \mathbf{z} augmente. Cependant, comme le modèle ne décrit pas de champ électrique dans la direction \mathbf{z} , seules les collisions en volume permettent de transférer de l'énergie dans cette direction. Or nous avons vu que les collisions en volume diminuaient alors que s'accroissaient les collisions pariétales. On suggère alors que l'instabilité de dérive, en interagissant avec les électrons, permet d'augmenter le transport collisionnel. L'énergie cinétique est alors distribuée suivant \mathbf{z} ce qui a pour effet d'accentuer les collisions pariétales. Toutefois, ce processus mérite plus ample investigation. Il fera l'objet du dernier chapitre.

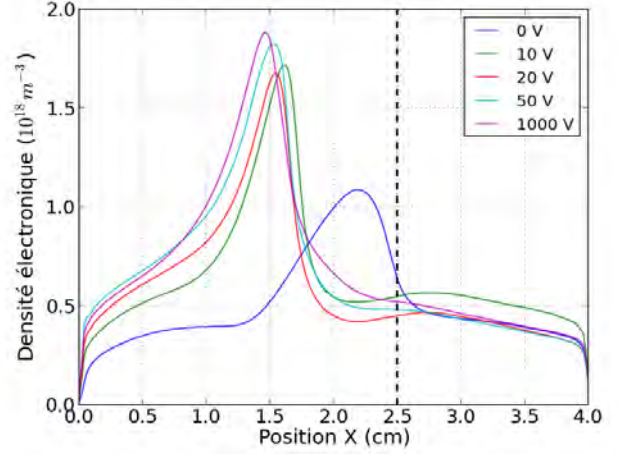
4.6 Influence des parois

Pour étudier l'influence des parois, nous allons changer la valeur du potentiel de gaine. Nous rappelons que l'influence des parois est implémentée dans un troisième processus collisionnel. Aucune émission secondaire n'est prise en compte dans ce modèle qui permet uniquement d'ajouter une contribution au transport électronique. Dans les précédentes simulations, le potentiel de gaine était fixé à 20 V. Il est fixé ici à 0, 10, 20, 50 et 1000 V. Cette dernière valeur n'a aucune réalité physique mais permet uniquement d'annuler

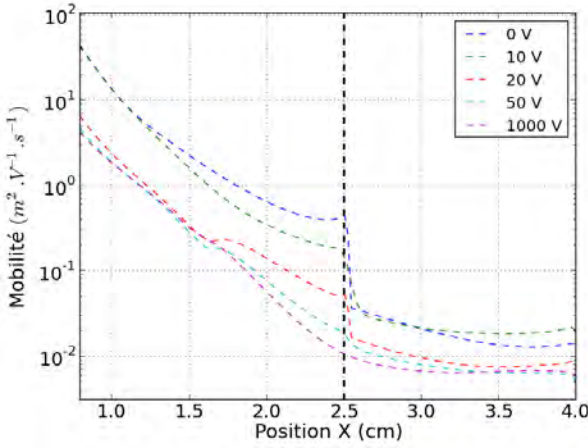
la contribution des parois.



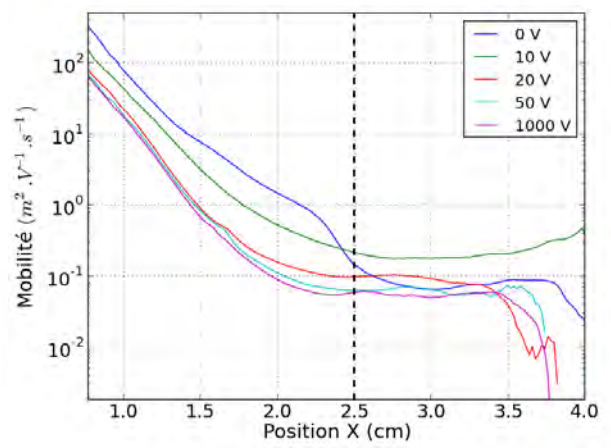
(a) Champ électrique.



(b) Densité électronique.



(c) Mobilité fluide.



(d) Mobilité collisionnelle.

FIG. 4.34: Profils moyennés en temps du champ axial (a), de la densité électronique (b), de la mobilité collisionnelle (c) et fluide (d) pour différentes valeurs de potentiel de gaine. Pour la mobilité collisionnelle, les 3 processus collisionnels sont inclus : collisions électron-neutre, collisions électron-paroi et ionisation. La droite en pointillés indique le plan de sortie.

Les profils, moyennés sur toute la durée d'une oscillation de courant du champ électrique, de la densité électronique et de la mobilité fluide et collisionnelle sont tracés sur la figure 4.34. On observe que la position du champ électrique axial dépend fortement du transport électronique. En effet, **plus les valeurs de potentiel de gaine sont faibles, plus le champ électrique est déplacé à l'extérieur du canal du propulseur**. Le potentiel de gaine agit comme un filtre en énergie. Plus il est petit, plus la proportion d'électrons susceptibles d'interagir avec les parois et donc de profiter du transport pariétal est grande. Ainsi, à valeurs plus faibles, le transport pariétal est plus élevé à l'intérieur du

propulseur et le champ induit, qui compense la baisse de conductivité à cause du piégeage magnétique diminue à l'intérieur. De plus, le pic de densité électronique diminue aussi (cf. Fig. 4.34 (b)) étant donné un piégeage moindre.

L'augmentation du transport pariétal est visible sur les courbes de mobilité, figure 4.34 (c). Le décrochement au niveau du plan de sortie sur la mobilité collisionnelle est en effet plus important. Les parois ont aussi une influence sur la mobilité observée au delà du canal du propulseur. Comme elle accroissent le transport à l'intérieur, elle impactent sur l'efficacité du piégeage magnétique. A faible potentiel de gaine, l'ionisation du xénon est plus faible, et la densité de xénon est plus élevée en sortie de propulseur. **Plus le potentiel de gaine est faible, et plus la mobilité collisionnelle hors du canal du propulseur est importante.** A 0 V, ce n'est toutefois pas le cas car nous entrons dans un régime différent. Nous allons en parler.

Il est intéressant de constater les similitudes entre la situation à 170 G et 300 V avec un potentiel de gaine nul, et la situation précédemment rencontrée d'un champ magnétique à 100 G et 300 V, comportant un potentiel de gaine fixé à 20 V. En effet, dans les deux cas, le champ électrique est en dehors du canal du propulseur (cf. Fig. 4.4) et la mobilité fluide domine toutes les autres à l'intérieur du propulseur, mais s'affaiblit fortement à l'extérieur (cf. Fig. 4.31).

Dans ces deux situations, le piégeage magnétique est moins effectif, soit à cause d'un champ magnétique plus faible et une tension importante, soit parce que le rôle des parois et donc du transport pariétal est accru. Le champ accélérateur induit se déplace donc dans une région où le transport reste insuffisant, c'est à dire dans la zone de gradient négatif de champ magnétique. Les parois y sont inopérentes et le transport fluctuant n'est pas assez important, comme les mobilités fluides le confirment.

A 100 G, nous avons en effet noté la disparition de l'onde de dérive azimutale haute fréquence, et l'apparition à la place d'une onde azimutale basse fréquence. A 170 G, 300 V et un potentiel de gaine nul, nous notons l'apparition du même phénomène ondulatoire, illustré sur la figure 4.35 (a). Néanmoins, le comportement est sensiblement différent dans cette situation, comme le profil de courant l'atteste. En effet, le courant de décharge oscille, contrairement à la situation à 100 G où il est quasiment constant. L'amplitude des oscillations atteint 15 A, ce qui est inférieur à l'amplitude observée avec un potentiel de gaine fixé à 20 V, qui atteint 20 A. De plus, nous observons le développement de l'instabilité de dérive azimutale à l'approche des pics de courant. Nous sommes donc dans une situation hybride qui permet l'établissement des deux phénomènes ondulatoires : instabilité de dérive azimutale et onde azimutale basse fréquence (cf. Fig. 4.35 (a) et (b)). L'instabilité basse fréquence est présente dans la montée et la chute de courant mais disparaît entre les deux pics, quand le courant est au plus bas.

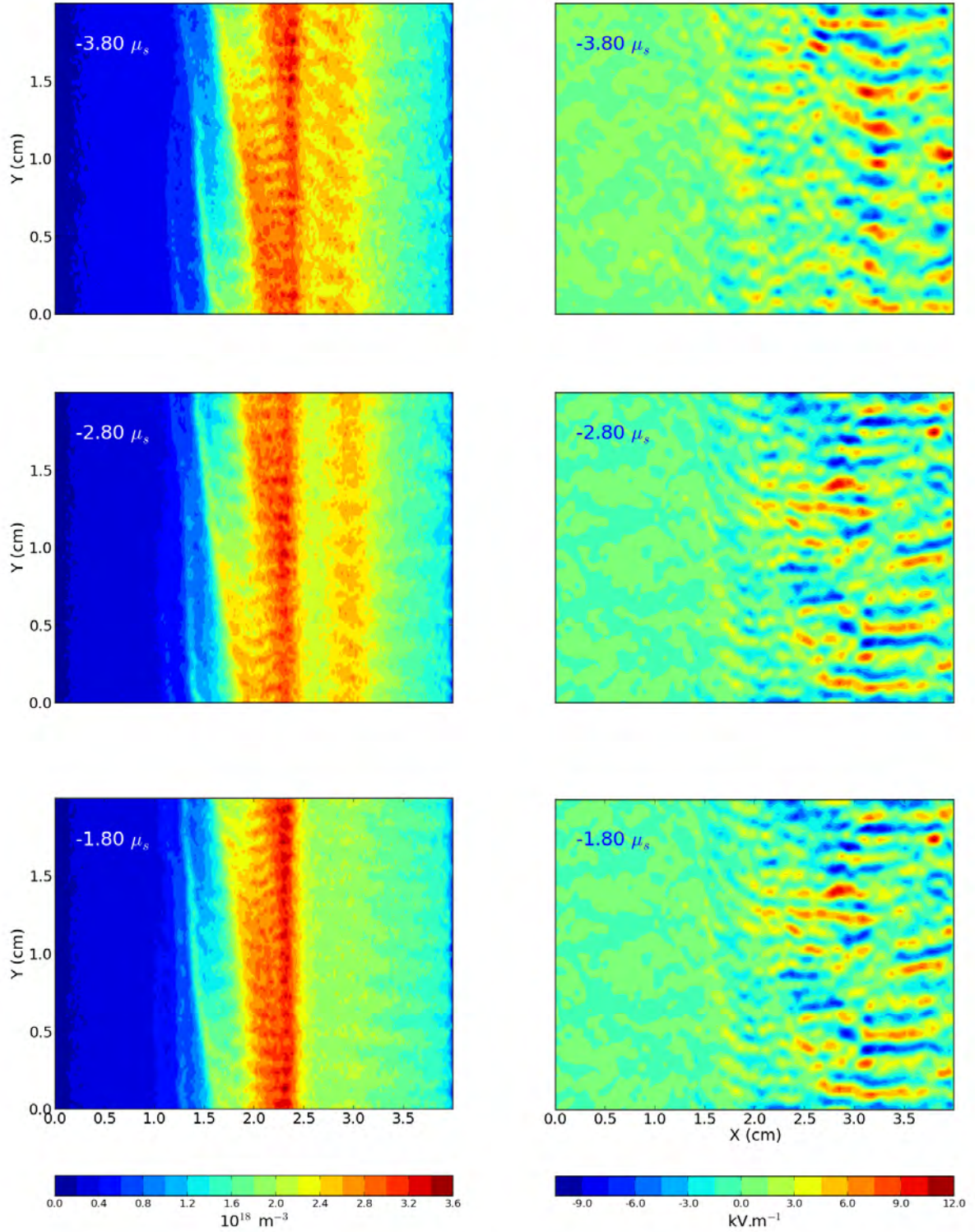
De plus, nous avons reporté le courant de décharge ainsi que le courant d'ions sur le

tableau 4.1. Plus le potentiel de gaine est faible et plus le courant de décharge et d'ions est grand.

U_{gaine} (V)	I_d (A)	I_i (A)
0	3,74	3,63
10	3,58	3,47
20	3,27	3,25
50	3,06	3,05
1000	3,17	3,16

TAB. 4.1: Courant de décharge (I_d) et courant d'ion (I_i) en fonction du potentiel de gaine (U_{gaine})

Enfin, nous avons voulu observer les conséquences d'un transport pariétal sur tout le domaine de calcul. Nous avons donc fixé un potentiel de gaine égal à 20 V, effectif de l'anode à la cathode. Peu de changements sont à noter par rapport à la situation où les parois s'arrêtent à 2,5 cm. L'amplitude des oscillations de courant est plus faible (15 A au lieu de 20) et les courants de décharge et d'ions moyens sont à 3,6 et 3,5 A respectivement. Ces courants sont 1 A plus forts que les courants observés avec un canal plus court. La mobilité fluide se situe autour de $0,1 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ dans les deux cas. Par contre, la mobilité collisionnelle est nettement plus élevée après 2,5 cm lorsque les parois recouvrent tout le domaine : $0,04 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ contre moins de $0,01 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Ceci est cohérent étant donné qu'on accroît les collisions pariétales après 2,5 cm.



(a) Densité électronique.

(b) Champ électrique azimuthal.

FIG. 4.35: Evolution temporelle de la densité électronique (a) et du champ électrique azimuthal (b) à 170 G, 300 V et avec un potentiel de gaine nul.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre qui constitue le coeur de la thèse, nous avons analysé en détails les différents régimes de fonctionnement observés dans le modèle PIC. Nous avons mis l'accent sur le caractère instationnaire de la décharge en expliquant étape par étape le déroulement d'une oscillation de courant, d'abord dans un cas type à 170 G et 300 V, puis en explorant d'autres points de fonctionnement.

Les phénomènes fluctuants que nous avons introduits au chapitre précédent ont été placés dans le contexte d'une décharge, et nous avons alors analysé leurs effets sur son comportement ainsi que sur le transport électronique. Nous avons noté l'importance de l'instabilité de temps de transit sur l'ionisation du xénon et sur l'amplitude des oscillations de courant. Il a été observé que l'onde se renforçait à faible tension et qu'elle permettait, par interactions résonnantes de fournir une quantité d'énergie aux ions supérieure à l'énergie seuil permise par la chute de potentiel.

Nous avons de plus noté l'apparition de l'instabilité azimutale basse fréquence lorsque le champ accélérateur sortait hors du canal du propulseur. Il a toutefois été difficile de comprendre son rôle sur le transport électronique et son influence sur la décharge.

Enfin, nous avons confirmé le rôle de l'instabilité de dérive azimutale haute fréquence sur le transport électronique. Nous avons vu que son apparition était étroitement liée à une baisse du transport collisionnel au cours de la montée de courant.

L'importance des parois a été exploré pour différents potentiels de gaine. Nous avons montré que renforcer l'influence des collisions pariétales aboutissait au déplacement du champ accélérateur hors du canal du propulseur. Nous avons pu alors observer l'influence de la position du champ accélérateur par rapport au gradient de champ magnétique sur le développement de l'onde azimutal basse fréquence.

Nous souhaitons maintenant comprendre de quelle manière l'instabilité de dérive azimutale est en mesure de transporter les électrons. Nous avons suggéré que les collisions en volume pouvaient, associées d'interactions électroniques avec l'onde, générer un transport accru. C'est ce que nous allons analyser dans le dernier chapitre.

Chapitre 5

Etude sur le transport axial

Sommaire

5.1	Introduction	143
5.2	Le modèle particule-test (PT)	144
5.2.1	Hypothèses de base	144
5.2.2	Réalisation	145
5.3	Premiers résultats : comparaisons résultats PIC et PT	147
5.4	Schéma numérique et pas de temps : des effets indésirables	149
5.5	Influence d'une onde sur la trajectoire d'un électron	154
5.5.1	Idée directrice	154
5.5.2	Condition de résonance en champs croisés	157
5.5.3	Conséquence des résonances	160
5.5.4	Mobilité en présence d'une onde mono-mode	161
5.5.5	Etablissement d'une nouvelle mobilité	164
5.6	Conclusion	166

5.1 Introduction

Les simulations particulières ont montré que l'onde azimutale favorisait le transport. En effet, pour des conditions de simulation de 170 G et 300 V, nous avons vu que l'instabilité se déclenchait à l'approche du pic de courant de décharge et qu'elle était accompagnée d'un net transport axial des électrons. Ce chapitre est donc dédié à la compréhension des mécanismes de transport en présence d'une onde de champ électrique associée à des collisions élastiques. Alexandre Ducrocq [23] et Jaime Perez Luna [57] ont décrit un transport stochastique en se basant sur une théorie développée par C. F. F. Karney [39]. Ils ont établi des seuils d'apparition de la stochasticité qui, lorsqu'ils sont dépassés, permettent à un électron d'être dépiégé et de traverser la barrière de champ magnétique. Cependant,

dans ces études, les collisions avec les neutres n'ont pas été prises en compte. Nous avons pourtant observé que, bien que le développement de l'instabilité coïncidât avec la disparition des neutres, il en subsistait une densité suffisante pour entretenir des collisions élastiques.

A l'aide d'un modèle Monte-Carlo particule-test, nous souhaitons donc étudier l'influence des collisions dans le transport fluctuant. Dans une première partie, nous présenterons la construction du modèle puis nous étudierons, indépendamment du modèle, la possibilité pour une onde de champ électrique, d'accroître le transport en présence de collisions. Enfin, nous tenterons de valider la théorie avec le modèle particule-test en vérifiant si ces mécanismes sont suffisants pour garantir un transport tel qu'observé dans les simulations PIC.

5.2 Le modèle particule-test (PT)

5.2.1 Hypothèses de base

Le modèle particule-test a pour objectif de concentrer l'analyse du transport électronique sur l'interaction des électrons avec l'onde. De ce fait, le système complet composé d'un grand nombre de degrés de liberté nécessite d'être simplifié en se fondant sur des hypothèses que nous allons justifier. L'étude sera alors rendue moins ardue car notre nouveau modèle conservera uniquement les phénomènes susceptibles de contribuer au transport.

Pour mener à bien ce travail de modélisation, nous devons définir l'échelle caractéristique d'interaction onde-électron pour négliger les échelles plus larges.

Nous savons que les électrons sont soumis à une dérive de vitesse V_d dans la direction azimutale, due à l'interaction du champ électrique axial \mathbf{E}_x et magnétique radial \mathbf{B}_z .

$$V_d = -\frac{E_x}{B_z} \quad (5.1)$$

Cette dérive induit alors une modification de la fréquence de l'onde vue par les électrons. Elle s'exprime ainsi :

$$\omega_d = \omega - k_y V_d \quad (5.2)$$

ω_d est la fréquence de l'onde ressentie par une particule dans le repère dérivant, ω est la fréquence de l'onde dans le repère du laboratoire et k_y est le nombre d'onde. On prend une fréquence de l'onde $\omega = 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$ qui est l'ordre de grandeur de la fréquence observée

dans le modèle (cf. section 3.3.1) ainsi que dans les expériences de diffusion collective [69]. Le nombre d'onde est de l'ordre de 10^3 rad.m^{-1} et la vitesse de dérive obtenue avec une valeur de champ $E_x = 30 \text{ kV.m}^{-1}$ et $B_z = 170 \text{ G}$ est de $1,8 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$. Ainsi, la correction introduite par la dérive azimutale est de $1,8 \cdot 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$. La différence est considérable (quatre ordres de grandeur) et nous permet de négliger la fréquence propre de l'onde ω . Ceci constitue la première hypothèse de notre modèle : **l'onde est figée dans le repère du laboratoire.**

Toutefois, pour le calcul précédent, nous avons supposé une valeur importante de E_x , prise au maximum de champ magnétique. En sortie du propulseur, le champ électrique diminue fortement (cf. Fig. 5.1 (c)) et le terme $k_y V_d$ n'est plus négligeable par rapport à ω . L'approximation n'est alors plus valide.

De plus, les électrons plongés dans le potentiel fluctuant vont interagir plusieurs fois avec l'onde avant d'acquérir suffisamment d'énergie pour traverser la barrière magnétique. Notre première hypothèse qui est de figer le champ fluctuant est valide tant que les électrons traversent l'onde en un temps court par rapport à sa période. Ceci constitue la seconde hypothèse : **les électrons traversent l'onde suffisamment rapidement pour ne pas la voir évoluer.** Nous pouvons estimer le temps de transit des électrons par rapport à sa période. Avec une énergie cinétique de 10 eV à 170 G et 300 V, la vitesse thermique de l'électron est d'environ 10^6 m.s^{-1} . Le temps de transit sur la zone de développement de l'onde, soit 2 cm, est de l'ordre de $10^{-2} \mu\text{s}$. Enfin, la période de l'onde dans le repère du laboratoire pour une fréquence de 1 MHz est de $1 \mu\text{s}$. On en déduit donc un facteur de 2 ordres de grandeur entre le temps de présence dans l'onde et son évolution. Ce résultat doit toutefois être nuancé car, en cas d'ionisation, l'électron est refroidi ce qui fait baisser sa vitesse thermique, et accroît son temps de résidence. Néanmoins, à 10 eV la fréquence d'ionisation est faible (le seuil étant de 12,3 eV) et les collisions élastiques sont dominantes.

Voyons à présent la construction du modèle numérique.

5.2.2 Réalisation

Contrairement au modèle PIC où nous regardons l'évolution d'ensembles de particules, nous suivons une seule particule dans le modèle particule-test (PT), de son injection à la cathode jusqu'à sa sortie à l'anode. Le modèle PIC génère de manière auto-cohérente un potentiel électrique à partir de la répartition spatiale des charges. **Dans le modèle PT ce potentiel électrique** (représentatif d'une distribution de charges donnée) **est imposé.** Nous cherchons uniquement à observer, électron après électron, l'influence de celui-ci sur les trajectoires électroniques.

De plus, **nous imposons le profil de xénon**, calculé au même instant dans le modèle PIC. Il n'évolue pas non plus en fonction du temps. L'architecture de ce modèle repose sur

celle du modèle PIC. En plus d'imposer le profil de potentiel et de xénon, nous calculons les paramètres physiques et numériques du modèle PIC :

Paramètres physiques :

- taille de domaine
- profil de champ magnétique
- Sections efficaces de collisions élastiques et d'ionisation

Paramètres numériques :

- pas de temps : dt
- pas d'espace : dx
- nombre de points de grille
- conditions aux limites
- schéma de discrétisation des équations : explicite
- traitement des collisions : méthode des collisions nulles

Au démarrage de la simulation, on charge potentiel et on en déduit les champs E_x et E_y :

$$\mathbf{E}_{x,y} = -\nabla_{x,y}\phi \quad (5.3)$$

Nous rappelons de plus que l'instant choisi pour le potentiel est le même pour le profil de neutre qui est chargé aussi au démarrage de la simulation. Au temps initial, un électron dont l'énergie est tirée aléatoirement à partir d'une maxwellienne de température de 1 eV, avec une vitesse orientée dans la direction négative en \mathbf{x} (vers l'anode), est injecté au niveau de la cathode. Nous suivons ensuite sa trajectoire au travers de quantités telles que la densité, son profil de collisions (élastiques et ionisantes) et son énergie cinétique. Dans le cas d'une unique particule, la densité peut être corrélée à un temps de résidence. Elle permet de distinguer des zones préférentielles où l'électron passera plus de temps et d'autres qui seront rapidement balayées par celui-ci. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement. Electron après électron, on améliore la statistique. Le calcul s'effectue jusqu'à ce que la statistique soit suffisante.

Lorsqu'un électron primaire atteint l'anode, il est supprimé du domaine. Si cet électron, durant son trajet, a effectué des collisions ionisantes, un ou des électrons secondaires sont créés. On enregistre alors leur position de création par ordre chronologique et on les suit un par un jusqu'à ce qu'ils atteignent à leur tour l'anode.

5.3 Premiers résultats : comparaisons résultats PIC et PT

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le champ azimuthal se renforce quelques microsecondes avant le pic de l'oscillation de courant. On voit alors l'instabilité de dérive se développer. Nous avons donc extrait un potentiel fluctuant pendant cette phase de développement au temps $t = -1,4 \mu s$ ¹. Nous nous situons donc $1,4 \mu s$ avant le pic. Le profil du champ électrique résultant, extrait d'une simulation particulière explicite, est tracé sur la figure 5.1. Les profils 5.1 (a) et 5.1 (b) sont les composantes 2D axiale et azimuthale respectivement. Nous avons tracé au même instant en 5.1 (c) l'amplitude moyennée en azimuth du champ accélérateur ainsi que l'écart type du champ azimuthal. Nous avons aussi tracé en 5.1 (d) le profil de xénon au même instant ainsi que le profil de champ magnétique.

Pour comparer les résultats du modèle PT avec ceux du modèle PIC, nous construisons la densité et l'énergie électronique ainsi que la mobilité. Nous rappelons les expressions des mobilités :

La mobilité collisionnelle :

$$\mu_{\perp,c} = \frac{e}{m_e \nu_m} \frac{1}{1 + (\omega_c / \nu_m)^2} \quad (5.4)$$

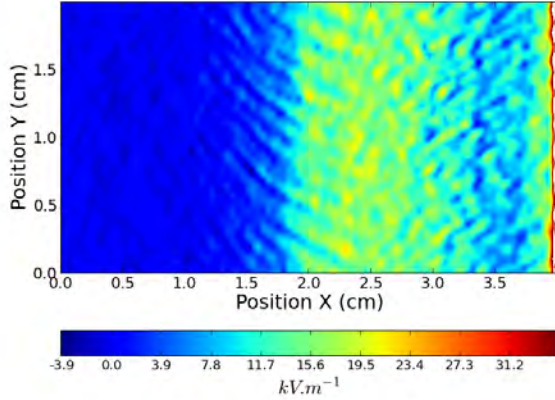
où ν_m comprend les collisions élastique électron-neutre, les collisions pariétales et l'ionisation.

et la mobilité fluide :

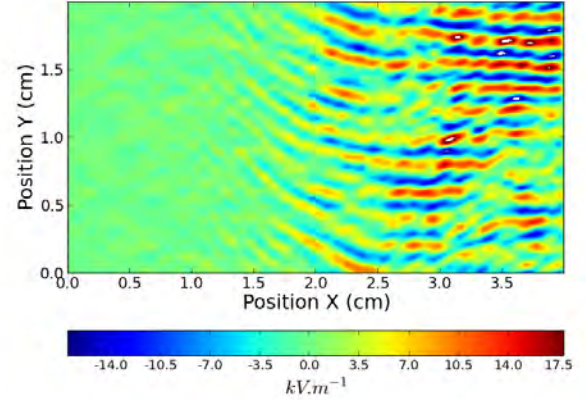
$$\mu_{\perp,fluide} = - \frac{v_x}{E_x + \frac{2}{3q_e n_e} \nabla(n_e E_n)} \quad (5.5)$$

Contrairement à la mobilité collisionnelle, la connaissance des phénomènes physiques responsables du transport n'est pas nécessaire. La vitesse axiale v_x , le champ E_x , la densité électronique n_e et l'énergie des électrons E_n sont calculés avec le modèle PIC et liés entre eux par cette expression. Cela signifie alors qu'il existe un processus physique en amont du transport dont la résultante est les quantités macroscopiques que l'on vient de citer. Ce processus peut être simplement les collisions électron-neutre, des interactions avec l'onde mais avoir aussi des causes numériques. Dans la situation où seules les collisions sont responsables du transport à travers la barrière de champ magnétique, mobilités collisionnelle et fluide coïncident.

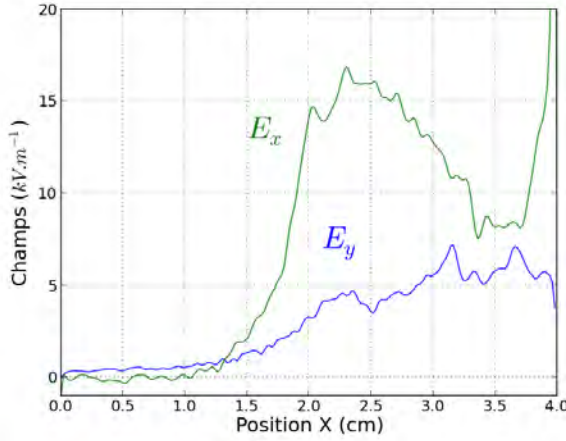
1. Nous avons gardé la même convention que dans les deux chapitres précédents.



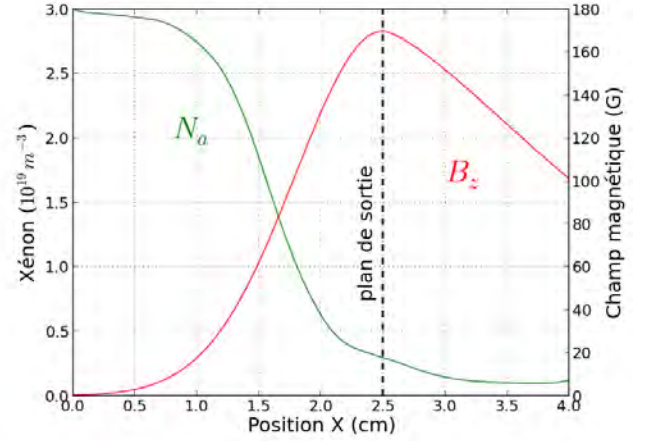
(a) Composante axiale.



(b) Composante azimutale.



(c) Composante azimutale.



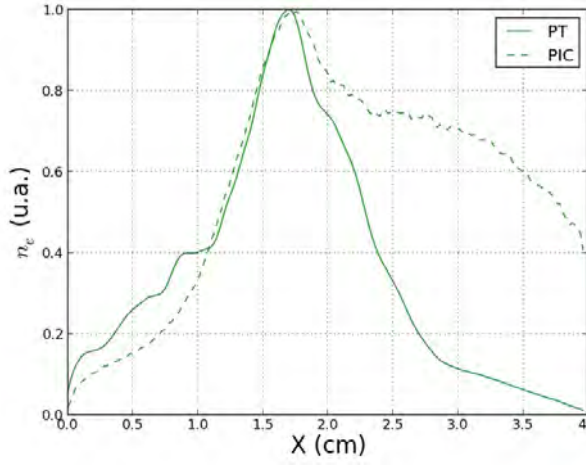
(d) Profil de xénon et de champ magnétique.

FIG. 5.1: Profils pris à l'instant $t=-1,4 \mu s$ du champ électrique ainsi que du xénon pour 170 G et 300 V. Le champ magnétique est tracé en (d).

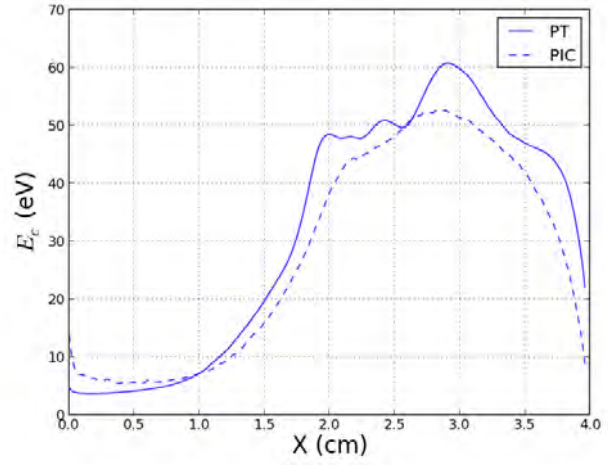
Voyons maintenant les résultats.

Sur la figure 5.2, nous avons superposé les résultats PT et PIC pour la densité électronique (a), l'énergie cinétique (b) et la mobilité (c). Mobilité fluide et collisionnelle sont toutes deux tracées. On précise que les profils PT et PIC de la densité sont normalisés. Les profils des mobilités et d'énergie sont en bon accord avec les résultats PT. Ce n'est pas le cas de la densité. Sa chute dans la partie gauche du domaine est bien reproduite mais passé le maximum, les courbes s'éloignent dans la zone de gradient négatif de B. Il est difficile de conclure sur un tel écart. Cependant, comme on peut le voir sur les courbes de mobilité, cette tendance est peu influente même si un terme dépendant de la densité est présent au dénominateur (eq. (5.5)). C'est un terme de transport diffusif négligeable dans la partie droite du domaine par rapport au terme de transport dirigé lié au champ électrique axial. Dans la partie gauche, il prend son importance, là où le champ axial tend

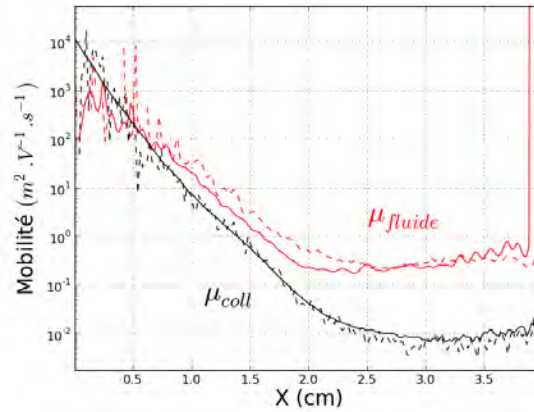
vers zéro et change de signe.



(a) Densité électronique.



(b) Energie cinétique.



(c) Mobilités.

FIG. 5.2: Profils de densité normalisés par rapport à leurs valeurs maximales (a), profils d'énergie cinétique (b) et profils de mobilité fluide et collisionnelle (c). Les quantités en traits pleins se réfèrent aux résultats PT et celles en pointillés aux résultats PIC.

5.4 Schéma numérique et pas de temps : des effets indésirables

Avant de poursuivre, nous souhaitons nous écarter du fil conducteur pour parler d'effets indésirables relevés grâce au modèle PT, impliquant le schéma numérique et le pas de temps. Rappelons déjà que nous avons en notre possession deux modèles PIC, un dont le schéma numérique de discrétisation des trajectoires est implicite et l'autre explicite (cf. chapitre 2) ainsi qu'un modèle particule-test avec un schéma numérique explicite.

A l'origine, nous avons prévu d'utiliser le potentiel du PIC implicite (et non explicite comme maintenant) et d'entreprendre une série de comparaisons comme celles que nous venons de mener sur la base des résultats de ce modèle. A notre surprise, il s'est avéré que les résultats présentaient des solutions différentes et que la mobilité obtenue avec le modèle PT ne correspondait pas avec celle calculée avec le modèle PIC implicite : elle était plus faible. Nous nous sommes par la suite rendus compte qu'en changeant le schéma numérique du modèle PT et en y implémentant les équations du mouvement implicite à l'instar du PIC (comprenant un prepushe et un endpushe), nous obtenions une très bonne concordance des résultats. Voici donc en résumé ce que nous pouvons dire : les modèles PIC et PT aboutissent aux mêmes conclusions lorsqu'ils sont de même schéma numérique **et** de même pas de temps (le PT étant dédié à interpréter les résultats du PIC, il est indispensable d'utiliser un pas de temps identique). Nous avons donc une forte dépendance des résultats au schéma numérique utilisé.

Dans l'optique de comprendre l'influence du schéma numérique, nous allons illustrer à partir d'une étude phénoménologique des situations qui laissent apparaître les faiblesses du schéma implicite d'intégration des trajectoires employé. Pour cette étude, on délaisse les modèles PIC pour nous concentrer sur les modèles PT (explicite et implicite).

Pour chaque schéma, nous appliquons un potentiel analytique 1-dimension suivant x . Le champ électrique axial E_x est calculé et le champ électrique azimuthal est donc nul. Potentiel et champ électrique sont tracés sur la figure 5.3 en fonction de l'axe. Une densité constante de neutres est imposée et égale à $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ et seules les collisions élastiques sont prises en compte.

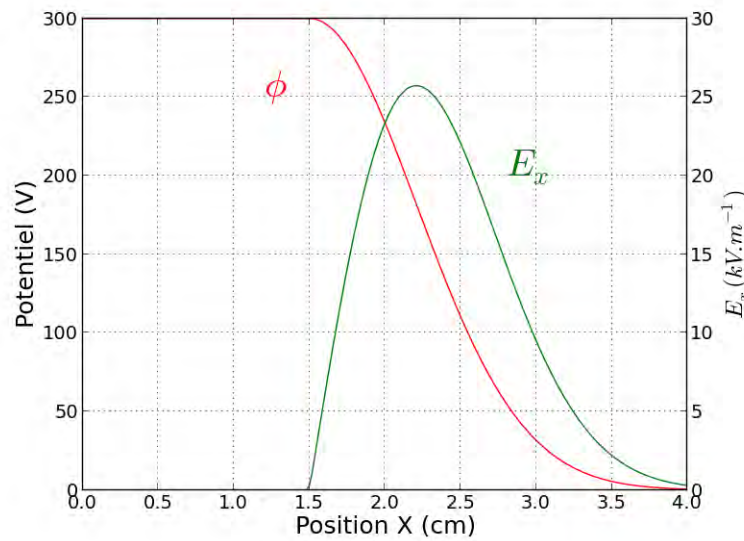


FIG. 5.3: Profils de potentiel 1D appliqué (rouge) et champ électrique axial (vert).

Deux cas sont envisagés, sans et avec champ magnétique. Celui-ci est choisi constant

puis dépendant de l'espace. Il est égal à 170 G. On précise que la densité de neutres imposée permet par collisions élastiques d'assurer le transport à travers **B**. Pour chaque modèle, on suit 500 particules lancées avec une température de 2 eV à la cathode, et on trace l'énergie gagnée dans le potentiel. Les résultats sont reportés sur la figure 5.4. Sans champ magnétique (figure 5.4 (a)), l'énergie gagnée avec l'implicite ou l'explicite correspond à l'énergie potentielle. Par contre, en présence d'un champ magnétique constant ou dépendant de l'espace (figure 5.4 (b)), l'énergie gagnée avec un schéma implicite ne concorde plus avec le potentiel appliqué. Avec le schéma explicite, nous avons à nouveau une bonne conservation de l'énergie.

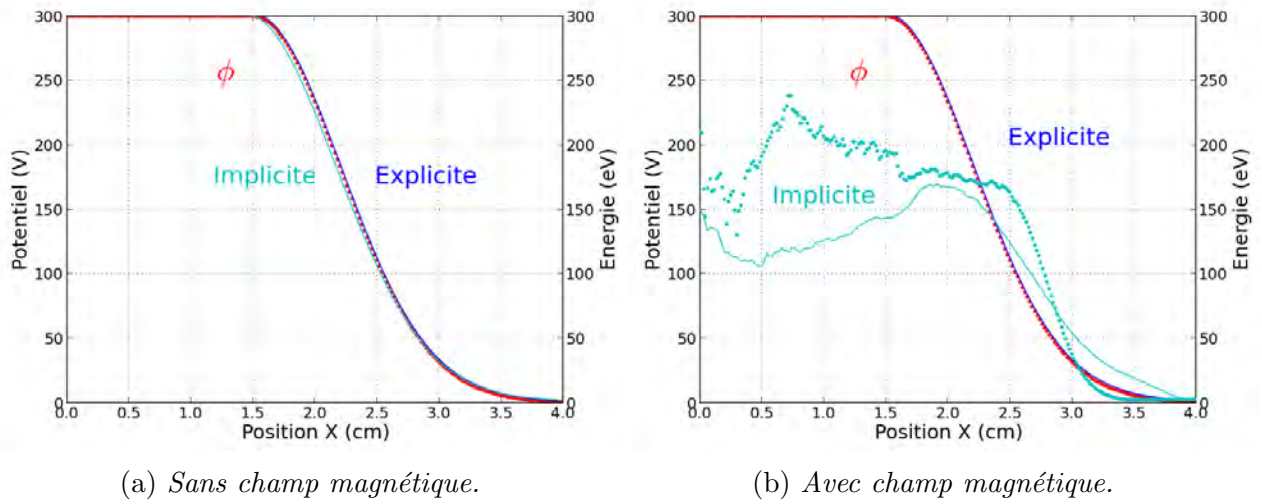


FIG. 5.4: Profils du potentiel analytique (rouge) et énergie électronique calculés avec un schéma explicite (bleu) et implicite (cyan). En (a) il n'y a pas de champ magnétique. En (b), deux champs magnétiques de 170 G sont imposés : un constant spatialement (trait continu) et un dont le profil est celui de la figure 5.1 (d) (pointillés). Une densité de neutre constante de $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ est imposée dans les deux cas. Le pas de temps de l'explicite est $7,9 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ et celui de l'implicite $5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

Afin d'étudier l'influence du pas de temps, on procède à nouveau au lancement de 500 particules tests. Sur la figure 5.5 (a), nous n'avons utilisé que le schéma implicite. Nous avons appliqué un champ magnétique constant de 170 G, le potentiel analytique (figure 5.3), une densité de neutres constante de $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ et les collisions élastiques électron-neutre sont prises en compte. Cette fois-ci, on joue sur le pas de temps : $\text{dt}=5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$, soit le pas de temps initial utilisé dans le PIC implicite, $\text{dt}=2,5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ et $\text{dt}=10^{-11} \text{ s}$. On note que réduire le pas de temps permet de rapprocher les profils d'énergie au potentiel appliqué jusqu'à la concordance pour $\text{dt}=1 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ soit proche du pas de temps de l'explicite (celui-ci est de $7,9 \cdot 10^{-12}$).

Sur la figure 5.5 (b), nous avons employé les deux schémas. Nous nous sommes placés dans des conditions plus réalistes c'est à dire celles du modèle PIC. Le champ magnétique

et la densité de neutre sont ceux tracés sur la figure 5.1 (d) et le potentiel est celui qui permet d'obtenir le champ tracé sur les figures 5.1 (a) et (b). Seules les collisions électron-neutre sont prises en compte. Les conclusions sont identiques au cas précédent : avec un schéma implicite et avec un pas de temps de $dt=5 \cdot 10^{-11}$ s, les particules sont loin de gagner l'énergie potentielle. En réduisant le pas de temps, la tendance est améliorée. Pour le schéma explicite, les courbes d'énergie et de potentiel coïncident à nouveau.

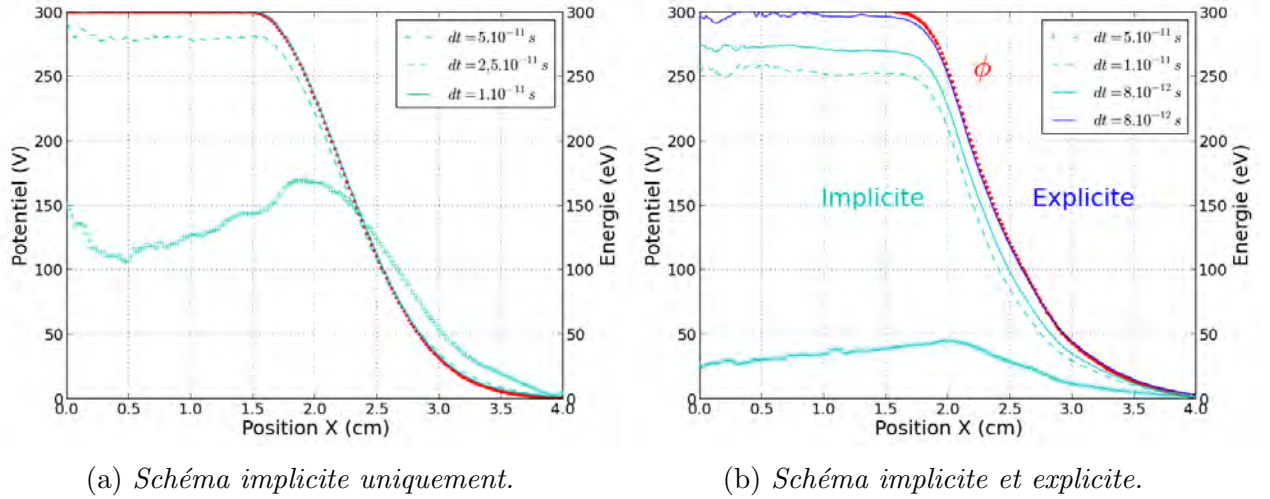


FIG. 5.5: Profils de potentiel appliqué analytique (rouge) et énergie électronique avec un schéma implicite (cyan) et explicite (bleu) pour différents pas de temps. En (a) le potentiel est calculé analytiquement, le champ magnétique et la densité de neutres sont constants sur l'espace. En (b), toutes les quantités physiques sont extraites d'une simulation PIC (et dépendent donc de l'espace) : le potentiel fluctuant, le champ B et la densité de neutres sont extraits au même instant.

En l'état actuel de nos connaissances, il est difficile d'avoir une explication claire qui dépasse la simple étude phénoménologique. Il est cependant évident que diminuer le pas de temps dans l'implicite entraîne une diminution de l'erreur sur la trajectoire. Ceci s'explique par le fait que, plus le pas de temps est petit, moins la particule se déplace entre le prepushe et le endpushe et moins le champ qu'elle voit change. On rappelle que le champ vu par la particule au prepushe et au endpushe n'est pas le même. Si $dt \rightarrow 0$ alors $a_{n+1} \rightarrow \bar{a}_{n-1}$ (cf. Eq. 2.33) et on tend vers une discrétisation explicite. Ce n'est rigoureusement pas le cas étant donné que le champ est calculé entre le prepushe et le endpushe et non au début du cycle, mais on peut vérifier analytiquement que si $a_{n+1} = \bar{a}_{n-1}$, on retrouve les équations explicites.

D'après Friedman [28] on ne doit pas s'attendre à une conservation de l'énergie avec ce schéma. Il prend l'exemple d'une particule piégée dans un puits de potentiel et remarque un fort refroidissement. En baissant l'amortissement du schéma (cf. section 2.2.2) il améliore la conservation de l'énergie et l'électron refroidit moins rapidement. Nous voulons

nous aussi vérifier l'amortissement du schéma en sélectionnant dans la direction azimutale, une perturbation de potentiel calculé avec le modèle PIC. Nous l'avons approchée avec une formulation analytique, de type parabolique (cf. Fig. 5.6). Puis, nous avons injecté cette perturbation de potentiel dans le modèle PT. Un électron de température initiale de 10 eV a ensuite été suivi et sa position axiale en fonction du temps a été tracée. Nous avons effectué ce test avec les deux schémas. Pour l'explicite nous avons pris deux pas de temps : $dt=5 \cdot 10^{-11}$ s et $dt=8 \cdot 10^{-12}$ s. Pour l'implicite nous avons pris $dt=5 \cdot 10^{-11}$ s. Comme il est visible sur la figure 5.6 à droite, la trajectoire calculée avec le schéma implicite souffre d'un fort amortissement : $0,2 \mu s$ suffisent à l'électron pour être gelé. Pour l'explicite, l'électron conserve la même trajectoire et ne souffre pas d'amortissement notable. Avec les deux pas de temps, $dt=5 \cdot 10^{-11}$ s et $dt=8 \cdot 10^{-12}$ s, le résultat est en effet identique.

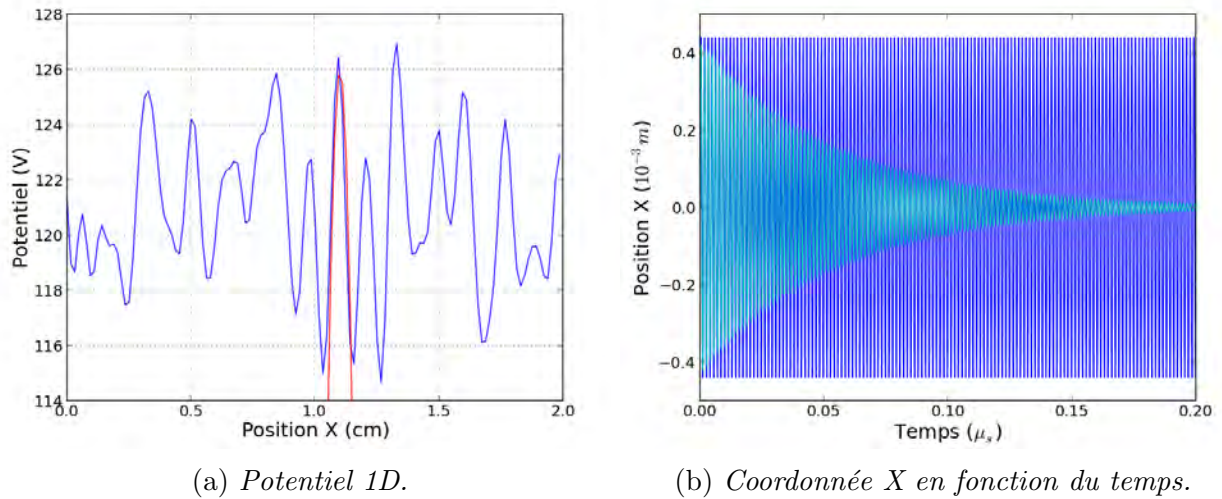


FIG. 5.6: (a) : coupe du potentiel dans la direction azimutale (bleu) et puits de potentiel imposé dans le modèle PT (rouge). (b) oscillations de la coordonnée x dans le puits de potentiel en fonction du temps avec le schéma explicite (bleu) et implicite (cyan). Pour l'explicite nous avons pris deux pas de temps $dt=5 \cdot 10^{-11}$ s et $dt=8 \cdot 10^{-12}$ s (courbes superposées) et pour l'implicite $dt=5 \cdot 10^{-11} \mu s$.

Cette étude phénoménologique nous à permis de mettre en évidence les limites du schéma implicite d'intégration des trajectoires implémenté. Nous avons montré qu'en présence du champ magnétique, l'énergie gagnée par l'électron était loin de celle fournie par le potentiel. On a aussi noté un rapide refroidissement d'un électron piégé dans un puits de potentiel extrait d'une simulation PIC. La conséquence du champ magnétique sur la trajectoire de l'électron pourrait alors être analogue à celle d'un puits de potentiel, en contraignant l'électron à osciller dans un gradient de potentiel. Il est cependant difficile d'aboutir à des conclusions précises sur la viabilité des résultats du modèle PIC malgré les observations présentes car le comportement global est qualitativement retrouvé (voir

chapitre 3). Cependant pour limiter les dépendances numériques sur le transport, nous avons pris le parti dans la suite de ce chapitre de nous focaliser sur les résultats du modèle PIC explicite uniquement.

5.5 Influence d'une onde sur la trajectoire d'un électron

5.5.1 Idée directrice

Nous allons, dans un premier temps, nous placer dans une configuration physique simplifiée. Nous souhaitons comprendre l'influence d'une onde mono-mode sur la trajectoire d'un électron piégé autour d'une ligne de champ magnétique. La question est simple : est-il possible à l'électron d'accroître son excursion en interagissant avec l'onde ?

Soit un champ $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z$ constant. Un électron soumis à ce champ décrit, dans le plan perpendiculaire $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ une trajectoire circulaire. Son excursion est donc bornée par le rayon de ce cercle, le rayon de Larmor r_L qui n'est autre que le rapport de sa vitesse perpendiculaire v_\perp et de la fréquence cyclotronique ω_c . On ajoute un champ électrique fluctuant oscillant à la fréquence ω :

$$\mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t) \mathbf{e}_y \quad (5.6)$$

E_0 est l'amplitude du champ fluctuant.

L'équation qui décrit une telle configuration est la seconde loi de Newton :

$$m_e \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q_e \mathbf{E} + q_e \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (5.7)$$

où q_e et m_e correspondent respectivement à la charge et à la masse de l'électron. Cette équation projetée sur les axes \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y donne le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{q_e}{m_e} E_0 \sin(\omega t) - \omega_c v_x \end{cases} \quad (5.8)$$

avec $\omega_c = \frac{q_e}{m_e} B_z$.

On dérive la première équation de (5.8) par rapport au temps et on y injecte la seconde équation pour faire disparaître les termes en y . On fait de même avec la seconde équation

pour supprimer les quantités en x :

$$\begin{cases} \frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega_c^2 v_x = \frac{q_e}{m_e} \omega_c E_0 \sin(\omega t) \\ \frac{d^2 v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y = \frac{q_e}{m_e} \omega E_0 \cos(\omega t) \end{cases} \quad (5.9)$$

On aboutit alors à un système d'équation d'onde. Sa résolution est fournie en annexe C. Les expressions des vitesses sont :

$$\begin{aligned} v_x &= v_{\perp} \sin(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \sin(\omega t) \\ v_y &= v_{\perp} \cos(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (5.10)$$

où

$$v_{\perp} = v_{y,0} - \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \quad (5.11)$$

$v_{y,0}$ étant la vitesse initiale selon \mathbf{y} au temps $t = 0$. $v_{x,0} = 0$.

Pour les coordonnées d'espace nous avons calculé :

$$\begin{aligned} x &= -r_L (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{\omega_c}{\omega} (\cos(\omega t) - 1) \right] \\ y &= r_L \sin(\omega_c t) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} \sin(\omega_c t) - \sin(\omega t) \right] \end{aligned} \quad (5.12)$$

Lorsque le champ fluctuant est nul c'est à dire $E_0 = 0$, on retrouve l'équation de la trajectoire d'un électron autour d'une ligne de champ soit un cercle de rayon r_L . Avec l'onde, son mouvement est plus complexe. Il est plus facile à comprendre si on réécrit les positions en regroupant les fonctions sinusoïdales par fréquence.

$$x = - \left(r_L + \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{\omega}{\omega_c} \right) \cos(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{\omega_c}{\omega} \cos(\omega t) + C_1 \quad (5.13)$$

$$y = \left(r_L - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{\omega}{\omega_c} \right) \sin(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \sin(\omega t) \quad (5.14)$$

avec $C_1 = r_L - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega_c}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_c} \right]$.

La trajectoire est composée de deux mouvements sinusoïdaux périodiques, un dont

la fréquence est fixée par le champ magnétique et l'autre par la fréquence de l'onde. On s'intéresse à l'excursion de l'électron dans la direction x soit la première équation de (5.14). En isolant le premier terme, on voit que l'exploration n'est plus bornée uniquement par le rayon de Larmor mais est aussi dépendante de l'amplitude de l'onde ainsi que du rapport et différence des fréquences. Ajouté à cela, le second cosinus introduit non seulement une deuxième période d'exploration $2\pi/\omega$, mais aussi une longueur d'exploration différente qui vient s'ajouter à la première. L'électron est donc susceptible de pénétrer dans des zones qui lui étaient inaccessibles en l'absence d'onde. E_0 étant fixé, on peut faire varier la taille de l'exploration en jouant sur le rapport des fréquences. Cependant tant que $\omega \neq \omega_c$, l'exploration reste bornée. Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 5.7 où est tracée la trajectoire de l'électron ainsi que l'évolution de sa coordonnée x en fonction du temps. Le champ magnétique est de 120 G d'où $\omega_c = 2,1 \cdot 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$ et la fréquence de l'onde $\omega = 3,5 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$. L'électron est injecté avec une énergie de 5 eV et l'amplitude de l'onde est $E_0 = 3 \text{ kV.m}^{-1}$. Il est clair que deux fréquences coexistent : la fréquence rapide est la fréquence cyclotronique et la fréquence la plus lente est celle de l'onde.

Quand $\omega = \omega_c$ on note l'existence d'une singularité : c'est la condition de résonance. Lorsque l'on se rapproche du voisinage de cette condition, les vitesses commencent à diverger. Le couplage entre l'électron et l'onde se renforce et le transfert d'énergie entre ces deux entités devient maximum. Il est possible de résoudre le système (5.8) en imposant $\omega = \omega_c$. Dans ce cas, on obtiendrait une croissance continue de la vitesse de l'électron en fonction du temps et son excursion ne serait plus bornée mais ne cesserait de croître.

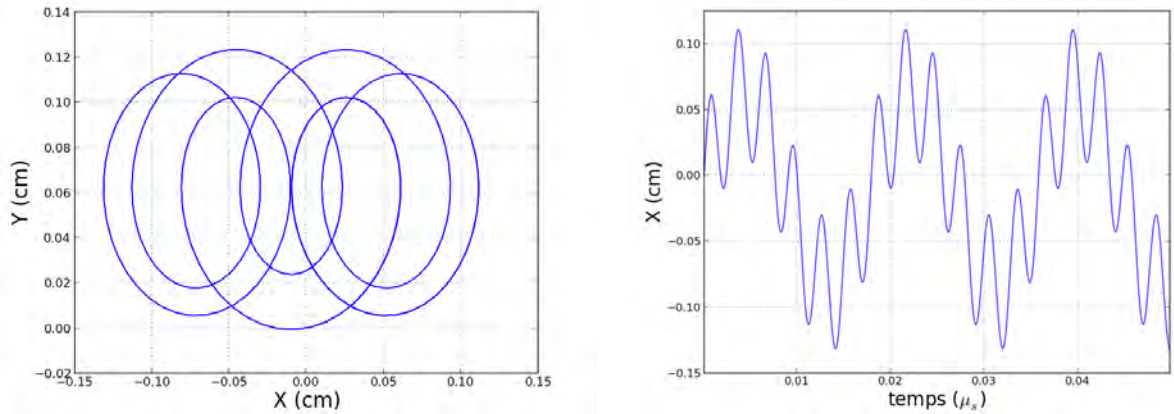


FIG. 5.7: A gauche, trajectoire d'un électron soumis à un champ magnétique de 120G et une onde de $3,5 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$. A droite, variation en x de ce même électron en fonction du temps.

Nous venons de voir qu'un champ fluctuant monomode est en mesure d'accroître l'excursion d'un électron plongé dans un champ magnétique constant même si la condition de résonance n'est pas remplie. Lorsque $\omega_c \neq \omega$, une quantité d'énergie est communiquée

à l'électron mais le transfert est limité. Lorsque $\omega_c = \omega$, le chauffage est continu et les vitesses et trajectoires ne sont plus bornées. Ce mécanisme est notamment utilisé dans le chauffage RCE (Résonance Cyclotronique Electronique) ou RCI (ionique). Il permet de sélectionner des zones d'absorption où le champ magnétique (qui dépend de l'espace) remplit les conditions de résonances. Enfin il ne faut pas oublier l'importance des collisions qui sont les vecteurs de transmission de l'énergie gagnée au reste du plasma.

Ce qu'il est important de retenir c'est que même si l'excursion est bornée, elle est plus grande. En l'absence de collisions, le chauffage est en moyenne nul car l'électron oscille autour d'une position d'équilibre. Le corolaire est qu'il n'y a pas de transport car l'électron est maintenu attaché à sa ligne de champ. On en conclut donc à la **nécessité des collisions dans le transport**.

Cette démonstration a pour but de familiariser le lecteur avec ce type de chauffage. Il ne peut néanmoins pas s'appliquer rigoureusement au cas du propulseur. Les raisons sont les suivantes : nous n'avons tout d'abord pas pris en compte le champ électrique axial \mathbf{E}_x , celui-ci induisant la dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. \mathbf{B} a été supposé constant sur tout l'espace. Enfin et surtout, le champ électrique fluctuant n'a aucune composante spatiale, ce qui est faux (c.f. Fig. 5.1 (b)). L'intégrer dans les équations accroît considérablement la difficulté : lorsque le champ dépend de la position de l'électron, il n'est pas possible de trouver de solution analytique à ce problème.

Sur la base d'une méthode semi-empirique, nous allons donc explorer les similitudes qui existent entre un transport résonant de type RCE que nous venons de décrire, et un transport résonant sous une configuration plus complexe de type propulseur.

5.5.2 Condition de résonance en champs croisés

A l'instar du chauffage RCE, nous devons chercher l'existence de points de résonance dans le propulseur pour une onde de fréquence donnée. Cela signifie que pour une valeur de champ magnétique ainsi qu'une fréquence d'onde, il existe un ou plusieurs points de l'axe qui vérifient $\omega = \omega_c$. Pour ce faire, il est essentiel de se placer dans le repère dérivant. C'est l'équation (5.2) que nous réécrivons :

$$\omega_d = \omega - k_y V_d \quad (5.15)$$

Nous rappelons que k_y est le nombre d'onde et $V_d = -E_x/B_z$ la vitesse de dérive. Pour les mêmes raisons invoquées dans l'introduction du modèle PT, nous pouvons négliger la fréquence propre de l'onde. La condition de résonance s'écrit alors :

$$\omega_d = k_y V_d = n\omega_c \quad (5.16)$$

avec $n > 0$ entier. k_y se réécrit en fonction du nombre de mode m :

$$k_y = \frac{2\pi}{y_{\text{long}}} m \quad (5.17)$$

y_{long} est la longueur azimutale prise dans le modèle PIC et PT. En injectant (5.17) dans (5.16) et en remplaçant ω_c et V_d par leur expression on aboutit à :

$$m = n \frac{q_e}{m_e} \frac{y_{\text{long}}}{2\pi} \frac{B_z^2}{E_x} \quad (5.18)$$

Nous prenons pour le moment $n = 1$ qui est la fréquence fondamentale. Sur la figure 5.8, nous avons tracé les champs que nous injectons dans l'équation 5.18 (Le champ électrique est identique à celui présent en figure 5.1 (c)). On en déduit alors la variation spatiale des modes résonants, figure 5.9. Nous l'avons limitée à la région de faible densité de neutres, là où se développe l'onde. Ce graphique nous fournit donc une information locale sur la fréquence spatiale avec laquelle viendront interagir le plus efficacement les électrons.

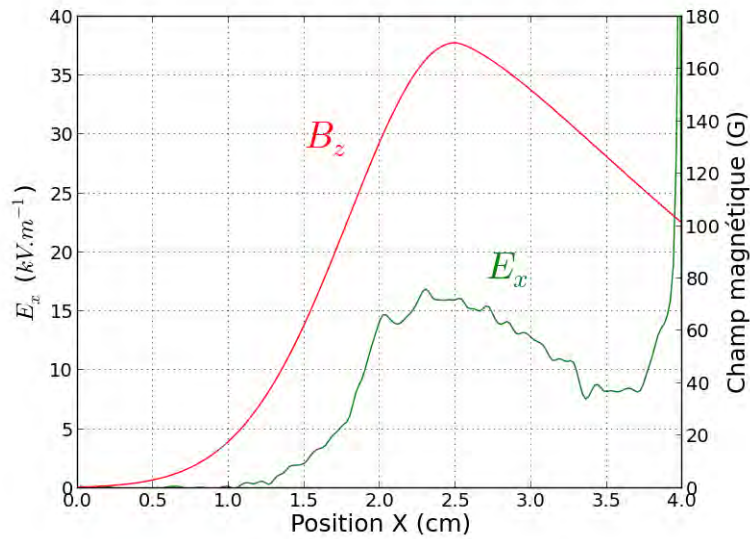


FIG. 5.8: Champ magnétique (rouge) et champ électrique axial moyennés en azimuth (vert)

Il est intéressant de noter la correspondance entre ces résultats et le profil 2D du champ

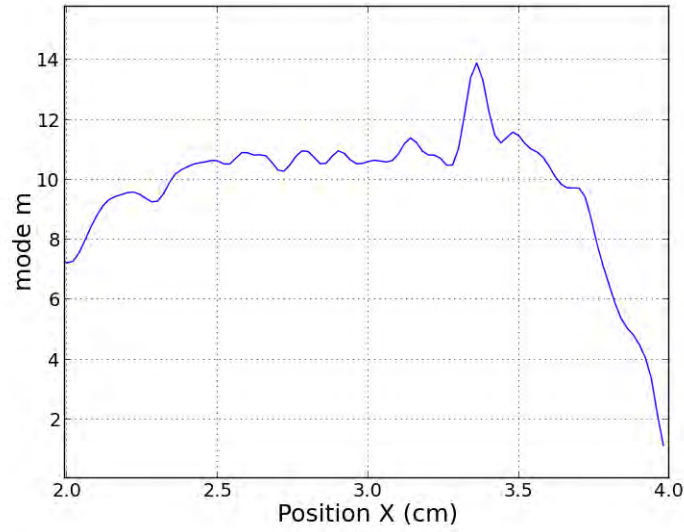


FIG. 5.9: Nombre de mode m en fonction de l'espace. Nous avons limité l'espace à la région de faible densité de neutres, là où se développe l'onde.

azimutal, figure 5.1. En effet, sur ce dernier, on dénombre environ 12 structures organisées dans la direction azimutale, soit un mode $m=12$ dominant. D'après nos précédents calculs, un mode proche de $m = 12$ est aussi résonant sur la même portion d'espace, à partir de 2,5 cm (cf. figure 5.9). On retrouve une des conclusions du travail d'A. Ducrocq [23, 24] qui s'est penché sur la relation de dispersion de la perturbation azimutale. Elle résulte d'un couplage entre le mouvement de dérive et le mouvement cyclotronique. Lorsque $k_y V_d \approx n \omega_c$ l'onde est excitée et on rentre dans un régime instable ; le taux de croissance devient très grand. Le transfert d'énergie entre onde et particule est maximal et un équilibre s'établit entre l'énergie gagnée dans le potentiel, et l'énergie transportée par les électrons et ions lors de l'ionisation ou par transport. Ils sont à la fois le support du potentiel (avec les ions) et subissent en retour son action. Cet échange est donc démontré par le profil de champ 5.1 qui fait clairement apparaître un mode dominant $m = 12$ identique à celui avec lequel les électrons reçoivent le plus d'énergie lors de résonances ; résonances qui par effet retour, excitent l'instabilité. Ce n'est donc pas un hasard si ces deux résultats aboutissent à la même conclusion. On a simplement deux facettes d'un même phénomène.

A la lumière de ces interactions résonantes, que peut-on dire sur le transport ? Dans la partie précédente, nous avons vu qu'il est possible d'accroître l'excursion d'un électron sous certaines conditions. Celles-ci viennent d'être établies. Il nous faut maintenant vérifier ce processus avec le modèle PT.

5.5.3 Conséquence des résonances

Afin d'évaluer l'excursion des électrons, nous calculons l'écart type de leurs positions en x .

$$\sigma_X = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (5.19)$$

Uniquement avec un champ magnétique constant et sans champ électrique, l'écart type est égal au rayon de Larmor de l'électron c'est à dire la trajectoire non perturbée. Dans un premier temps, nous allons vérifier la condition de résonance pour une configuration simple :

- Non collisionnel
- Champ \mathbf{B} constant
- \mathbf{E}_x constant
- \mathbf{E}_y fluctuant, amplitude constante et mono-mode

Sur la figure 5.10, nous avons tracé l'excursion des électrons en fonction des modes. Deux situations ont été considérées. Pour chacune, $E_x = 16310 \text{ V.m}^{-1}$ et $E_y = 5000 \text{ V.m}^{-1}$. $B_z=170 \text{ G}$ dans un cas et $B_z=190 \text{ G}$ pour l'autre. Pour chaque mode, 1500 électrons ont été suivis pendant $1 \mu s$. Leur énergie initiale est prise aléatoirement à partir d'une distribution maxwellienne de température 2 eV . D'après l'équation 5.18, le mode fondamental résonant est le mode $m=10$ pour le cas 170 G et $m=12$ pour le cas 190 G . Les harmoniques sont des multiples de ces modes là.

Outre les pics prédits par l'équation (5.18), on remarque des pics intermédiaires qui s'intercalent entre les précédents. Nous n'avons pu expliquer leur existence avec exactitude. Une raison avancée est que comme nous l'avons décrit dans la section 5.5.1, l'interaction onde-électron entraîne l'apparition de deux fréquences, une haute qui est la fréquence cyclotronique et une plus basse qui correspond au mouvement d'excursion périodique. Ces pics intermédiaires pourraient alors résulter d'un couplage entre la fréquence la plus basse et l'onde.

L'effet des résonances sur la trajectoire d'un électron en champs croisés est illustré sur la figure 5.11. On retrouve de manière qualitative les conclusions tirées de la section 5.5.1. On observe deux mouvements ayant chacun leur fréquence propre : un rapide à la fréquence cyclotronique et un lent dont la fréquence est associée au mouvement d'excursion. Les conditions de simulation choisies garantissent une résonance. Ce sont celles de la courbe bleue, figure 5.10 pour le mode $m = 10$.

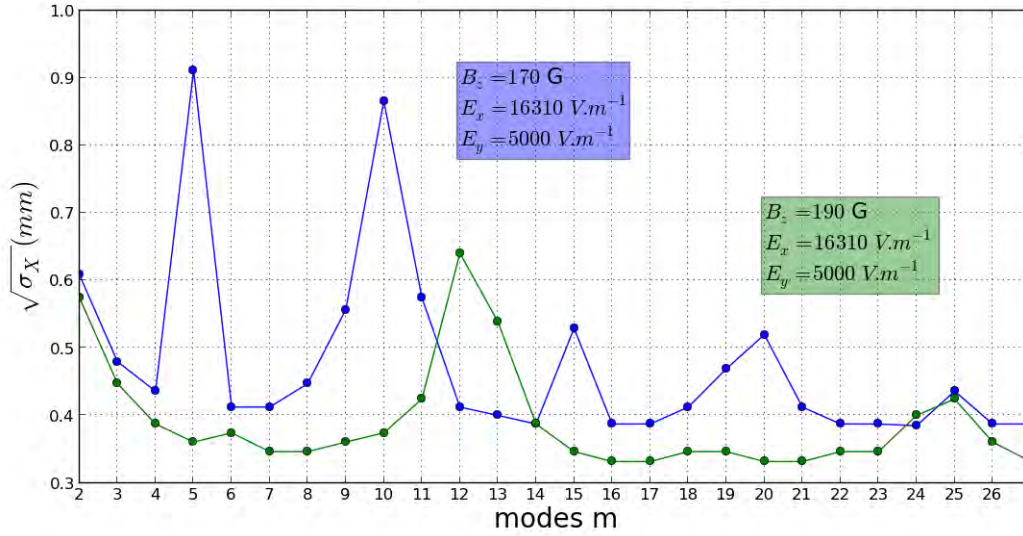


FIG. 5.10: *Excursion en fonction des modes pour deux situations. On note l'existence de pics lorsque des conditions de résonance sont remplies. Pour la courbe bleue, le mode fondamental est $m = 10$ et pour la courbe verte $m = 12$. Les premières harmoniques sont aussi visibles.*

5.5.4 Mobilité en présence d'une onde mono-mode

Nous avons vérifié que dans une configuration de champs croisés comme dans le propulseur, les interactions résonantes accroissaient l'excursion. En présence de neutres, la conséquence serait alors une augmentation de la fréquence de collisions et comme nous allons le montrer, un transport plus important. D'un point de vue probabiliste, on peut l'exprimer ainsi :

$$\nu dt = \nu dt N_a \sigma = dl N_a \sigma \quad (5.20)$$

νdt est la probabilité de collisions pendant une durée dt , N_a et σ sont respectivement la densité de neutres et la section efficace de collisions. dl est la distance parcourue en x par l'électron pendant une durée dt . L'excursion notée λ_X est la longueur maximale atteinte par l'électron soit l'intégrale de dl sur toutes les positions. On comprend alors qu'en augmentant l'excursion, on augmente la probabilité de collisions pendant la durée dt par rapport à une probabilité bornée par une excursion égale au rayon de Larmor r_L .

Nous avons vu, de plus, que pour chaque point de l'axe du propulseur, nous pouvions trouver un nombre d'onde m qui satisfasse les conditions de résonance. Sous ces conditions, nous allons construire point par point une mobilité qui prend en compte la dépendance spatiale des modes résonants. Pour ce faire, nous importons les résultats du modèle PIC,

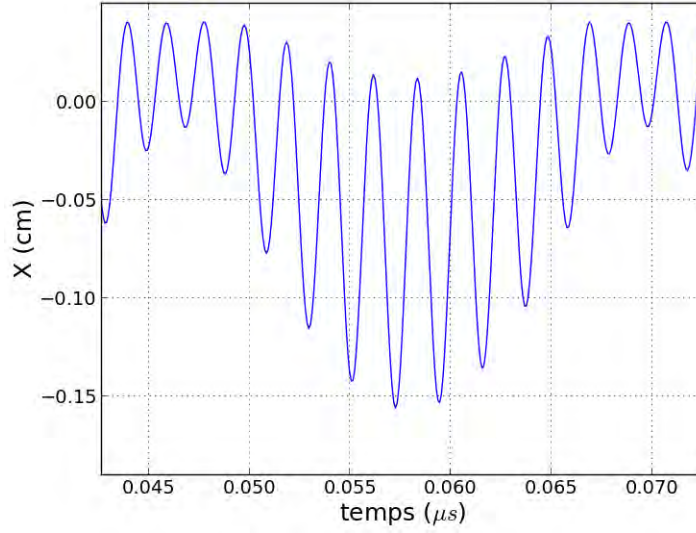


FIG. 5.11: Variation de la coordonnée axiale d'un électron par rapport au temps. La position zéro correspond à sa situation initiale. Les conditions de simulation sont : $B_z = 170\text{G}$, $E_x = 16310\text{V.m}^{-1}$, $E_y = 5000\text{V.m}^{-1}$ et un mode $m = 10$.

présentés sur la figure 5.1. Nous relevons ensuite pour plusieurs positions de l'axe, la valeur locale du champ axial, de la densité de neutre et du champ magnétique ainsi que la valeur maximale locale du champ azimuthal. En fonction de E_{x0} et de B , nous calculons le mode résonant m d'après l'équation (5.18). Ces données sont reportées dans le tableau 5.1.

X (cm)	E_{x0} (kV.m ⁻¹)	E_{y0} (kV.m ⁻¹)	N_a (10 ¹⁸ m ⁻³)	B (G)
2	14,25	3,29	6,26	132
2,5	15,9	3,5	2,97	170
2,6	15,2	4,22	2,67	168
3,0	12,7	5,58	1,47	152
3,4	8,27	5,08	1,06	131
3,5	8,19	5,8	1,02	126
3,7	8,28	7,03	0,9	117

TAB. 5.1: Données récoltées à partir d'une simulation PIC explicite à 170 G (au maximum de B) et 300 V au temps $t = -1,4 \mu\text{s}$.

Chaque ligne de ce tableau constitue les données d'entrée du modèle particule-test : on impose à partir de ce tableau une densité uniforme de xénon N_a , un champ axial E_{x0} et un champ magnétique B tous les trois constants. Le champ électrique fluctuant d'amplitude E_{y0} est une fonction sinusoïdale dont la forme analytique est :

$$E_y(y) = E_{y0} \cos(k_y y) \quad (5.21)$$

où $k_y = 2\pi/y_{\text{long}}m$ est le nombre d'onde. Pour fixer la valeur de m , on se reporte sur la figure 5.9 où on choisit de préférence la valeur résonante de m en chaque point de l'espace. Plusieurs milliers d'électrons sont suivis de la cathode à l'anode jusqu'à ce que la statistique soit suffisante. On obtient finalement la valeur de la mobilité mono-mode moyennée en azimuth. De cette manière, 7 simulations sont lancées pour construire 7 points de mobilités, de 2 à 3,7 cm.

Les valeurs obtenues pour la mobilité mono-mode sont reportées dans le tableau 5.2 et sont tracées avec la mobilité fluide et collisionnelle sur la figure 5.12.

$\mu_{\text{mono-mode}} (10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$			
X (cm)	mode m résonant	mode $m-1$	mode $m+1$
2	9,8	6,46	6,03
2,5	3	1,7	1,68
2,6	2,3	1,6	1,8
3,0	2	1,3	1,26
3,4	1,8	1,2	1,7
3,5	2,1	1,85	1,47
3,7	2,6	2,4	1,72

TAB. 5.2: Mobilités calculées avec une onde mono-mode, pour le mode résonant ainsi que des modes voisins.

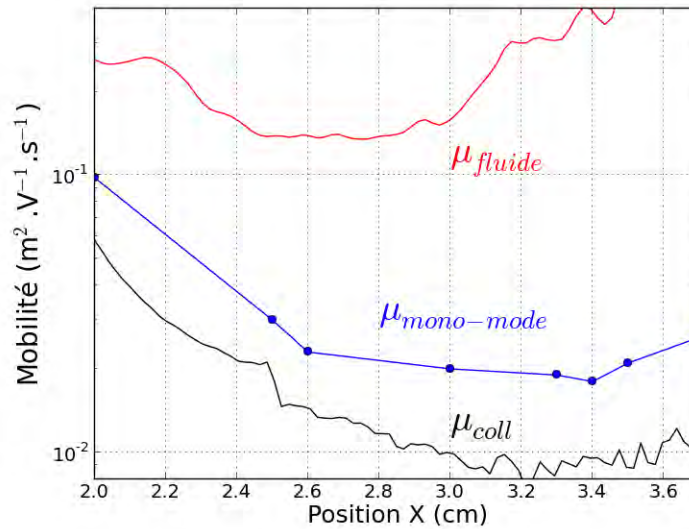


FIG. 5.12: Profils de mobilité collisionnelle (noir), fluide (rouge) et monomode (bleu).

Bien que supérieure à la mobilité collisionnelle d'un facteur 2, la mobilité mono-mode reste inférieure d'un facteur 10 au moins à la mobilité fluide. De plus, pour chaque point de mobilité tracé, nous avons lancé des simulations en fixant dans (5.21) non plus un mode résonant, mais un mode voisin. Le transport est alors plus faible (cf. Tab. 5.2).

Nous avons ainsi confirmé que le transport est maximum à la résonance. Toutefois, il est clair que l'énergie transmise par un seul mode est insuffisante pour retrouver la mobilité calculée avec un spectre complet.

L'idée qu'une onde mono-mode puisse accroître l'excursion et favoriser les collisions est cependant intéressante car elle peut se formuler de manière analytique à travers une mobilité. C'est ce que nous allons voir dans la dernière partie.

5.5.5 Etablissement d'une nouvelle mobilité

Nous avons vérifié que dans une configuration de champs croisés comme dans le propulseur, les interactions résonantes en présence d'une onde mono-mode accroissaient l'excursion et qu'un transport axial était observé grâce aux collisions. Le transport observé est supérieur au transport classique collisionnel mais néanmoins inférieur à un transport obtenu en présence d'une onde au spectre complet.

En plus d'explorer une piste qui aiderait à mieux comprendre le transport anormal, nous souhaitons améliorer la description des modèles hybrides du propulseur. Nous avons vu dans le chapitre 1 que les auteurs utilisent des fréquences de collisions artificielles, afin d'assurer un transport suffisant à travers le champ magnétique. L'inconvénient de ces fréquences est qu'elles sont figées dans le temps. La dépendance temporelle de la mobilité n'est pas résolue alors que l'on a vu en étudiant une oscillation de courant qu'elle pouvait varier d'un facteur 3 à l'approche du pic de courant.

La simplicité du mécanisme que nous avons décrit pourrait alors être formulée de manière analytique à travers une nouvelle mobilité.

Nous avons vu qu'en plus d'une augmentation de l'excursion en présence d'une onde monomode, il se produisait aussi une modulation de la fréquence de giration des électrons. Sur la figure 5.7, la trajectoire de l'électron, traversé par une onde de fréquence ω et plongé dans un champ magnétique est composée de deux mouvements : un mouvement rapide dont la fréquence est la fréquence cyclotronique ω_c et un mouvement lent dont la fréquence est celle de l'onde ω . L'excursion maximale est donc bornée par ce mouvement lent, plus grand et de fréquence plus petite, qui permet d'accroître la probabilité de collisions (cf. Eq. 5.20).

Dans la configuration du propulseur, les effets sont similaires mais les différents mouvements sont difficiles à isoler. Sur la figure 5.11, la fréquence du mouvement rapide est la fréquence cyclotronique ω_c égale à $3 \cdot 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$. Par contre, le mouvement lent dont la période est de $2,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, soit une fréquence correspondante de $2,6 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$, ne correspond pas à la fréquence de l'onde. Pour ce cas là, nous rappelons qu'elle est fixée à la résonance donc égale à ω_c . Comme nous l'avons dit, le phénomène est différent car la configuration n'est pas la même que celle du chauffage RCE. La dérive électrique complexifie la trajectoire qui n'est plus un cercle perturbé mais une cycloïde perturbée.

Nous devons néanmoins définir une fréquence notée ω_X qui correspond à la fréquence du nouveau mouvement d'excursion, celle du mouvement lent. ω_X est cependant difficile à calculer analytiquement. Nous allons donc tenter de la déterminer de manière empirique. Il est intéressant de remarquer que la fréquence du grand mouvement est d'environ 10 fois plus petite que la fréquence cyclotronique. La valeur de ce facteur est égal à la valeur du mode résonant appliqué. Pour s'assurer que ce n'est pas une coïncidence, nous nous plaçons dans les conditions mesurées à 3 cm, du tableau 5.1. Pour ce cas, le mode résonant est le mode $m=10$. Nous injectons un électron de vitesse nulle dans un cas non collisionnel, puis nous traçons sa trajectoire. La fréquence calculée du grand mouvement est de $3 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$. Elle est à nouveau inférieure d'un facteur 10 avec la fréquence cyclotronique, le mode résonant imposé. Pour les mêmes conditions de simulation, nous avons mesuré la fréquence du grand mouvement pour des nombres de mode différents du mode résonant. Nous avons noté une baisse. Pour $m=8$ et $m=12$, nous avons noté un rapport égal à 5 entre la fréquence du mouvement rapide et le mouvement lent. Pour d'autres conditions de simulations, le constat a été le même : le mode résonant est celui qui permet d'obtenir la fréquence la plus faible pour le grand mouvement. Par ailleurs ceci confirme l'étude sur l'excursion que nous avons menée (cf. Fig. 5.10). Plus l'excursion est grande, plus la fréquence est faible.

En conséquence,

$$\omega_X = \frac{\omega_c}{m_{\text{reso}}} \quad (5.22)$$

A partir de cette nouvelle fréquence caractéristique du mouvement, nous allons réécrire la mobilité collisionnelle :

$$\mu_{\perp,X} = \frac{e}{m_e \nu_m} \frac{1}{1 + (\omega_X / \nu_m)^2} \quad (5.23)$$

où ω_c a été remplacé par ω_X . La mobilité collisionnelle prend en compte le piégeage magnétique, à travers le terme ω_c . Avec la nouvelle mobilité, le piégeage est plus faible car l'excursion est plus grande. ω_X est donc plus faible que ω_c .

A l'aide de l'expression 5.18 qui permet d'obtenir les modes résonants en fonction du champ accélérateur et du champ magnétique, la mobilité s'écrit finalement :

$$\mu_{\perp,X} = \frac{e}{m_e \nu_m} \left(\frac{y_{\text{long}}}{2\pi\alpha_X} \right)^2 \left(\frac{B\nu_m}{E_x} \right)^2 \quad (5.24)$$

en posant $(\omega_X/\nu_m)^2 \gg 1$. α_X est une constante qui permet d'ajuster la mobilité comme nous allons le voir. Nous avons tracé sur la figure 5.13 les profils de mobilité fluide, collisionnelle et mono-mode résonante pour les conditions de simulation de la figure 5.1. Nous avons fixé le paramètre α_X à 3 de manière empirique. On note un bon accord entre la mobilité fluide et la nouvelle mobilité mono-mode résonante.

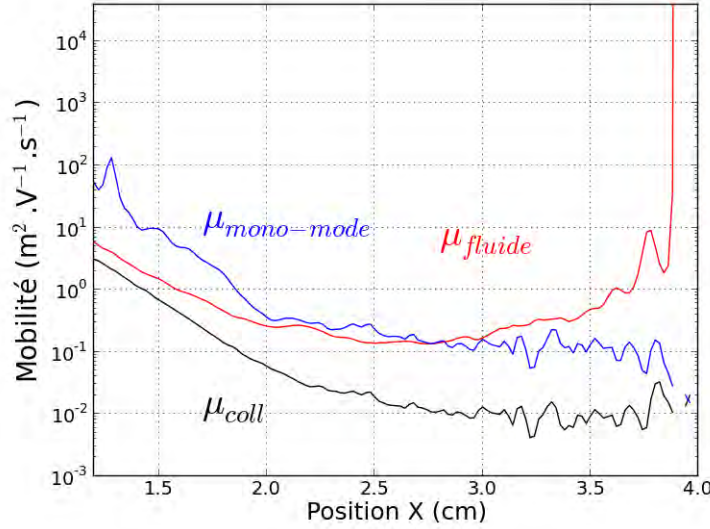


FIG. 5.13: *Profils de mobilité collisionnelle (noir), fluide (rouge) et monomode (bleu).*

Le paramètre $\alpha_X = 3$ élevé au carré dans (5.24) mesure l'écart de mobilité entre celle que nous avons tracé point par point en section 5.5.4 et celle que nous avons tracé figure 5.13. Dans cette partie, nous avons simplement établi la formulation analytique de cette mobilité. Son avantage est qu'elle ne nécessite que la connaissance de la fréquence de collisions ainsi que du champ électrique. Ces deux quantités sont calculées dans les modèles hybrides.

5.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons construit un modèle particule-test afin de comprendre l'interaction des électrons avec le potentiel électrique fluctuant. Celui-ci a été extrait d'une simulation PIC, à un instant où se développe l'instabilité azimutale, quelques microsecondes avant un pic de courant.

Nous avons tracé les trajectoires des électrons afin de comparer les résultats entre les deux modèles. Le premier résultat intéressant est que nous trouvons un bon accord qualitatif et quantitatif sur l'énergie électronique et la mobilité, bien que l'onde de potentiel soit figée. Toutefois, nous avons noté une densité électronique plus faible dans la région de développement de l'onde.

Nous avons ensuite établi les vitesses et trajectoires d'un électron plongé dans un champ magnétique, et soumis à une onde de champ électrique. Ce modèle nous a permis d'observer une augmentation de l'excursion d'un électron piégé, proche de la résonance avec l'onde. En l'absence de collisions, aucun transport n'a été observé. Nous avons ensuite étendu ces résultats à une configuration de type propulseur où intervient une vitesse de dérive azimutale. Bien que la configuration soit plus complexe, nous avons pu néanmoins observer le même phénomène où l'électron gagne de l'énergie dans le champ de l'onde mono-mode. Cependant, sans collisions, l'électron reste attaché à sa ligne de champ.

Afin de chercher à maximiser le transfert d'énergie, nous avons établi la condition de résonance qui dépend du champ électrique axial et du champ magnétique. A partir de ces positions résonantes, nous avons tenté de reconstruire une mobilité électronique, basé sur des résonances avec l'onde ainsi que des collisions avec les neutres. Bien que la mobilité mono-mode soit supérieure à la mobilité collisionnelle, nous n'avons pu retrouver des valeurs identiques à la mobilité fluide.

Toutefois, sur la base des mêmes hypothèses nous avons établi une nouvelle mobilité prenant en compte une fréquence de piégeage plus faible que la fréquence cyclotronique. Un facteur d'ajustement a été ajouté pour se rapprocher de la mobilité fluide. Nous avons alors trouvé une bonne concordance des résultats avec la mobilité fluide. A terme, il serait intéressant d'implémenter cette mobilité dans un modèle hybride afin de confirmer la pertinence de la démarche.

Conclusion générale

Durant les vingt dernières années, une importante communauté s'est formée autour de la modélisation numérique des plasmas et a permis par ses avancées, de rendre possible une description de plus en plus fidèle de la physique du propulseur. L'explosion des performances informatiques a permis de réaliser des simulations qui étaient, il y a encore quelques années difficilement envisageables. La modélisation cinétique, coûteuse en temps de calcul en a grandement bénéficiée. Malgré les contraintes inhérentes à ce type de méthode, on ne peut s'en éloigner si on souhaite saisir au plus près les mécanismes de transport du propulseur. En ce sens, c'est une approche indispensable. C'est ce que j'ai voulu vous montrer dans ce manuscrit. D'un point de vue centré sur la modélisation numérique, j'ai cherché à mettre en avant la grande inventivité dont fait preuve la communauté pour contourner les limitations des modèles employés. Que ce soit dans l'approche fluide, dans l'approche cinétique ou dans l'approche hybride, les progrès sont importants.

Une des problématiques qui nous a particulièrement intéressés est la prise en compte du transport anormal dans ces modèles, à savoir la manière dont les électrons arrivent à passer la barrière magnétique alors que les collisions électron-neutre sont faibles. C'est un élément clef de la décharge car ses propriétés en dépendent. Le transport anormal est pourtant difficile à prédire et des solutions, dédiées à son implémentation ont été proposées. J'ai donc cherché, à travers une étude qui s'est voulue générale, à mettre en avant la physique qui gouverne le transport anormal. Il est maintenant clairement prouvé que l'action des collisions seules ne peut suffir à fournir un courant d'électrons élevé au travers de la barrière de champ magnétique. De ce fait, des auteurs ont fait le choix de rajouter des coefficients de transport artificiels. Nous avons aussi vu qu'une description fluide pouvait accroître la part de transport pariétal à cause d'hypothèses trop restrictives sur la fonction de distribution. Des méthodes de scaling ont aussi été présentées et nous avons évoqué leurs influences sur le transport. Enfin, choisir un domaine de simulation dans la direction azimutale a permis de voir apparaître une onde de dérive qui, à elle seule, aide au transport des électrons. Une étape a alors été franchie par Jean-Claude Adam et Anne Héron : ils ont prouvé, avec un modèle PIC implicite le rôle des fluctuations de champ azimutal dans le transport électronique.

Ce modèle PIC a été notre outil principal pour mener à bien cette thèse. Nous l'avons

décortiqué dans le chapitre 2 en présentant son schéma d'intégration **implicite** des trajectoires. Il est assez singulier car très peu répandu dans la communauté, à cause d'une conception ardue et de possibles effets numériques qu'il est difficile d'appréhender. Ce modèle nous a servi de référentiel pour la mise au point d'un modèle **explicite** de discrétisation des trajectoires. Nos motivations pour une telle démarche ont été de le confronter à un autre schéma numérique afin d'évaluer la validité des résultats. Pour des considérations de rapidité de calcul, la mise en place d'un scaling numérique sur le modèle explicite s'est imposée. Après une première phase de validation, nous avons exposé les nombreux résultats du modèle explicite. Les influences d'un facteur de scaling sur la physique ne sont pas à écarter malgré des résultats très intéressants. Toutefois, un modèle étant par définition limité par ses hypothèses qui définissent un cadre de validité, nous nous sommes surtout attachés à dégager des tendances générales de fonctionnement. De nouveaux phénomènes fluctuants non décrits par le modèle implicite ont été présentés, et pour la plupart nous avons trouvé des correspondances dans la littérature.

Lors de l'étude paramétrique, nous avons retrouvé une région oscillante basse fréquence correspondante à de larges amplitudes de courant. C'est le mode de respiration. Nous nous sommes de plus focalisés sur une oscillation de courant de décharge. J'ai cherché à profiter de la description PIC pour apporter un regard nouveau sur les mécanismes qui se déroulent durant une oscillation. La physique du propulseur étant très riche, une succession de phénomènes est apparue à des moments clefs de la décharge. **L'instabilité de dérive azimutale** observée expérimentalement [69] et confirmée par le modèle implicite a été retrouvée avec l'approche explicite. Une nouveauté cependant est qu'elle n'apparaît qu'en fin de montée de courant, lorsque la densité de neutres s'effondre. L'apparition à certains moments de la décharge de phénomènes ondulatoires a déjà été observé par Albarède et al. [5]. Mazouffre et al. [48] se sont intéressés à l'évolution temporelle des fonctions de distribution en vitesses des ions. D'autres mesures résolues en temps sont toutefois nécessaires pour déterminer avec précision les périodes d'apparition des phénomènes que nous avons observés. De plus, nous avons pu voir clairement l'influence de l'instabilité de dérive azimutale sur le transport axial à travers la mobilité fluide des électrons. Concernant les différences fondamentales entre les deux modèles, nous avons noté un mode dominant proche de 10 en explicite alors qu'il est de 20 en implicite. De plus, l'amplitude du champ azimutal est 3 fois plus faible en explicite, ayant pour conséquence un transport des électrons moins élevé. Nous avons essayé de déterminer l'influence du facteur de scaling sur le taux de croissance de l'instabilité ainsi que sur l'étendue de la zone instable en nous basant sur des résultats analytiques dérivés par Alexandre Ducrocq. Il s'est avéré que le facteur de scaling n'introduisait pas de modifications notables, car les hypothèses utilisées pour dériver la zone instable sont trop restrictives dans notre cas. Pour améliorer nos conclusions, il faudrait alors résoudre de manière numérique la

relation de dispersion de l'instabilité, comme cela a été fait par A. Ducrocq, mais en y ajoutant le facteur de scaling.

L'étude chronologique d'une oscillation de courant nous a amenés à observer l'**instabilité de temps de transit** qui n'était pas présente lors des simulations avec le modèle PIC implicite. Nous avons noté son impact extrêmement fort sur le déroulement de la décharge. Des plages de fonctionnement ont été isolées, montrant son influence sur l'ionisation du xénon ainsi que sur l'amplitude des oscillations du courant de décharge. Nous avons en outre noté des valeurs élevées d'énergie cinétique. Il serait alors intéressant d'implémenter d'autres processus de pertes comme l'excitation ou les pertes pariétales car cela contribuerait à abaisser l'énergie cinétique à des niveaux raisonnables (autour de 50 eV). Cela aurait sûrement des conséquences sur l'ionisation du xénon, et donc sur sa dynamique. Nous avons en outre établi l'importance des collisions en volume et en surface sur le transport électronique. L'étude chronologique nous a permis de dégager différentes phases de l'oscillation de courant où nous avons hiérarchisé les phénomènes participant au transport : phénomènes collisionnels en volume, en surface et turbulents.

Le **mode azimuthal basse fréquence** se développant soit à bas champ magnétique, soit avec un important transport pariétal est un nouveau résultat obtenu par le modèle explicite. Dans les développements à venir, il serait intéressant d'utiliser de grandes longueurs d'azimut (supérieures à 10 cm) car nous nous sommes aperçus de la dépendance de sa fréquence avec la longueur d'azimut. Une étude détaillée avec une analyse spectrale est aussi nécessaire si nous voulons comprendre les raisons de son apparition ainsi que du transport qu'il induit. Nous avons aussi noté que ce mode apparaissait lorsque le champ électrique sortait dans la zone de gradient négatif de B. Il serait donc intéressant de modifier le gradient de B, négatif ou positif, afin d'étudier son influence. La description des neutres peut aussi d'être améliorée en intégrant une coordonnée azimutale pour la raison suivante : nous avons vu que le mode basse fréquence possède une composante axiale qui traduit le transport d'une densité d'électrons vers l'anode sous forme de bouffées. Celles-ci pourraient accroître localement la fréquence de collisions et créer des vagues d'ionisation en direction de l'anode. Un phénomène similaire désigné dans la littérature par "rotating spoke instability" [16], [50], [49] a été observé expérimentalement et étudié pour sa capacité à accroître le transport électronique. Notre modèle serait alors le premier à mettre en évidence ce phénomène.

Enfin, nous nous sommes penchés sur l'**interaction des électrons avec l'instabilité azimuthale**. Sa présence permanente dans les simulations implicites ainsi que l'augmentation de mobilité observée dans le modèle explicite témoignent de son importance. Alexandre Ducrocq et Jaime Perez-Luna s'étaient concentrés sur la stochasticité induite par l'onde dans des conditions bien précises d'amplitude de champ et de vitesse perpendiculaire des électrons. C'est un transport de type non collisionnel, bien qu'il puisse

être assimilé à des collisions virtuelles. Nous avons suggéré la possibilité d'un transport différent qui repose sur les collisions électron-neutre, renforcées par un chauffage fourni par une onde mono-mode. Un transport accru a été obtenu bien qu'insuffisant pour expliquer la mobilité fluide calculée. Pourtant, en conservant l'idée originelle, nous avons pu dériver une mobilité de type fluctuante-collisionnelle qui prenne en compte l'influence des collisions en présence d'un chauffage mono-mode. Le résultat est prometteur car, non seulement il permet de retrouver une mobilité du même ordre de grandeur que la mobilité fluide, mais en plus il est théoriquement possible d'implémenter cette mobilité dans un code hybride. Le résultat permettrait alors de trancher sur la viabilité de notre démarche, auquel cas la mobilité serait dotée d'une composante temporelle. Elle permettrait alors de prendre en compte des effets comme le déplacement axial du champ accélérateur, qui influe sur la distribution de la population ionique, et d'améliorer les prédictions des études paramétriques [30].

Annexe A

L'algorithme de Boris

A.1 Développement en 3 étapes

En appliquant un schéma leap-frog à l'équation donnant l'évolution des vitesses des particules [A.1], celle-ci devient implicite en vitesse : les vitesses sont définis aux instants $n + 1/2$ de part et d'autre du signe égal.

$$\frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E}_n + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \mathbf{B}_n \right) \quad (\text{A.1})$$

Pour lever cette implication, l'idée introduite par Boris est de décomposer cette équation de manière géométrique : deux demi-accélérations correspondants au terme de champ électrique, et une rotation traduisant l'action du champ magnétique. Cela permet de séparer complètement les deux champs.

En posant,

$$\mathbf{v}_{n+1/2} = \mathbf{v}^+ + \frac{q\mathbf{E}_n}{m} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{v}_{n-1/2} = \mathbf{v}^- - \frac{q\mathbf{E}_n}{m} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{A.3})$$

qui fournissent les demi-accélérations, on obtient la rotation :

$$\frac{\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2m} (\mathbf{v}^+ + \mathbf{v}^-) \times \mathbf{B}_n \quad (\text{A.4})$$

A deux dimensions, le processus de résolution est le suivant :

Etape ① :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_x^- = \mathbf{v}_{x,n-1/2} + \frac{q\mathbf{E}_x}{m} \frac{\Delta t}{2} \\ \mathbf{v}_y^- = \mathbf{v}_{y,n-1/2} + \frac{q\mathbf{E}_y}{m} \frac{\Delta t}{2} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Etape ② : on effectue le produit vectoriel dans (A.4) et on projette sur chaque axe :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_x^+ = \left(\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} \right) \mathbf{v}_y^- + \left(\frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} \right) \mathbf{v}_x^- \\ \mathbf{v}_y^+ = - \left(\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} \right) \mathbf{v}_x^- + \left(\frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} \right) \mathbf{v}_y^- \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

avec $\mathbf{b} = \frac{q\Delta t}{2m} B_z \mathbf{z}$.

Etape ③ :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{x,n+1/2} = \mathbf{v}_x^+ + \frac{q\mathbf{E}_x}{m} \frac{\Delta t}{2} \\ \mathbf{v}_{y,n+1/2} = \mathbf{v}_y^+ + \frac{q\mathbf{E}_y}{m} \frac{\Delta t}{2} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Forme matricielle

Il est intéressant de reformuler les 3 étapes précédentes sous forme matricielle. Commençons par l'opérateur de rotation (l'étape ②) :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_x^+ \\ \mathbf{v}_y^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} & -\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} \\ \frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} & \frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_x^- \\ \mathbf{v}_y^- \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

ou écrit de manière plus concise :

$$\mathbf{v}^+ = \mathbf{R}_n \mathbf{v}^- \quad (\text{A.9})$$

Nous cherchons à modifier l'opérateur \mathbf{R}_n pour l'écrire de manière plus simple.

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_n &= \begin{pmatrix} \frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} & -\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} \\ -\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} & \frac{1-\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{1+\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1+\mathbf{b}^2}{1+\mathbf{b}^2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2}{1+\mathbf{b}^2} & \frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} \\ -\frac{2\mathbf{b}}{1+\mathbf{b}^2} & \frac{2}{1+\mathbf{b}^2} \end{pmatrix} \\
&= -\mathbf{I} + \frac{2}{1+\mathbf{b}^2} \left[\mathbf{I} + \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{b} \\ -\mathbf{b} & 0 \end{pmatrix} \right] \\
&= -\mathbf{I} + \frac{2}{1+\mathbf{b}^2} [\mathbf{I} + \mathbf{b} \times \mathbf{I}]
\end{aligned} \tag{A.10}$$

A 3 dimensions, cet opérateur s'écrit :

$$\mathbf{R}_n = \frac{2}{1+\mathbf{b}^2} (\mathbf{I} + \mathbf{b} \otimes \mathbf{b} - \mathbf{b} \times \mathbf{I}) - \mathbf{I} \tag{A.11}$$

Regroupons maintenant les équations (A.9), (A.2) et (A.3). On aboutit finalement à :

$$\boxed{\mathbf{v}_{n+1/2} = \mathbf{R}_n \mathbf{v}_{n-1/2} + \frac{q\Delta t}{2m} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_n) \mathbf{E}_n} \tag{A.12}$$

Annexe B

Remplissage d'une matrice au format CSR

Le format CSR (Compressed Sparse Row) est utilisé pour les matrices creuses c'est à dire les matrices comprenant beaucoup de 0. Il permet de stocker la matrice dans un format particulier en faisant l'économie des zéros. La matrice de l'opérateur Laplacien présent dans l'équation de Poisson fait partie de ce genre de matrice. Voyons sur un exemple simple le fonctionnement de ce format.

Soit une matrice quelconque A :

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 12 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dans le format CSR, on va éclater A en 3 tableaux : a , ja et ia
 a contient la valeur des coefficients non nuls :

$$a = [3,4|10,5|2,3|12,1]$$

ja contient l'indice des colonnes

$$ja = [1,2|1,3|2,4|2,3]$$

Enfin, ia contient l'indice dans le tableau a du premier élément de chaque ligne :

$$ia = [1,3,5,7,9]$$

A l'instar du format CSR, il existe d'autres formats analogues : CSC, COO, DIA, ELL et HYB.

Annexe C

Résolution d'un système décrivant l'interaction d'un électron soumis à un champ magnétique constant et à un champ électrique fluctuant

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega_c^2 v_x = \frac{q_e}{m_e} \omega_c E_0 \sin(\omega t) \\ \frac{d^2 v_y}{dt^2} + \omega_c^2 v_y = \frac{q_e}{m_e} \omega E_0 \cos(\omega t) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

Dans un premier temps, on le résout sans seconds membres pour obtenir la solution homogène. Ce système est celui d'un électron plongé dans un champ magnétique sans champ électrique. La résolution ne pose donc pas de difficulté.

$$v_{x,m} = v_{\perp} \sin(\omega_c t)$$

$$v_{y,m} = v_{\perp} \cos(\omega_c t)$$

v_{\perp} sera explicité plus loin.

La solution générale est de la forme :

$$v_{x,gen} = A_x \sin(\omega t)$$

$$v_{y,gen} = A_y \cos(\omega t)$$

On l'injecte dans le système (C.1), pour en déduire l'expression de A :

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \\ A_y &= \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \end{aligned}$$

et écrire la solution complète, somme de la solution homogène et générale :

$$\boxed{\begin{aligned} v_x &= v_{\perp} \sin(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \sin(\omega t) \\ v_y &= v_{\perp} \cos(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \cos(\omega t) \end{aligned}} \quad (\text{C.2})$$

L'expression de v_{\perp} dépend des conditions initiales. A $t = 0$, $v_x = v_{x,0}$ et $v_y = v_{y,0}$.

En prenant l'expression complète de v_y à $t = 0$, on a :

$$v_{y,0} = v_{\perp} + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \quad (\text{C.3})$$

d'où

$$v_{\perp} = v_{y,0} - \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \quad (\text{C.4})$$

et $v_{x,0} = 0$.

Nous cherchons à connaître l'influence du champ fluctuant sur l'excursion des électrons. On doit donc établir les équations de la trajectoire. Cela revient donc à intégrer les vitesses précédemment calculées suivant t . Pour l'équation en x , on a :

$$\frac{dx}{dt} = v_{\perp} \sin(\omega_c t) + \frac{q_e}{m_e} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} E_0 \sin(\omega t)$$

soit, après intégration :

$$x = -\frac{v_{\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t) - \frac{q_e}{m_e} \frac{1}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{\omega_c}{\omega} E_0 \cos(\omega t) + \text{Cste}$$

et en remplaçant v_{\perp} par son expression (C.4) :

$$x = -r_L \cos(\omega_c t) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} \cos(\omega_c t) - \frac{\omega_c}{\omega} \cos(\omega t) \right] + \text{Cste}$$

où $r_L = v_{y,0}/\omega_c$.

Pour lever l'indétermination sur la constante, on se place à nouveau au temps $t = 0$ et on fixe la position initiale à 0.

$$-r_L - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right] + \text{Cste} = 0$$

Finalement,

$$x = -r_L (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{\omega_c}{\omega} (\cos(\omega t) - 1) \right]$$

De la même manière, on calcule l'équation de la trajectoire en y . On aboutit donc à :

$$\boxed{\begin{aligned} x &= -r_L (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1) - \frac{\omega_c}{\omega} (\cos(\omega t) - 1) \right] \\ y &= r_L \sin(\omega_c t) - \frac{q_e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_c^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_c} \sin(\omega_c t) - \sin(\omega t) \right] \end{aligned}} \quad (\text{C.5})$$

Bibliographie

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/supercomputer>.
- [2] <http://homepages.ulb.ac.be/~ynotay/agmg/>.
- [3] <http://www.calmip.cict.fr>.
- [4] J. C. ADAM, A. HÉRON et G. LAVAL : Study of stationary plasma thrusters using two-dimensional fully kinetic simulations. *Physics of Plasmas*, 11(1):295–305, 2004.
- [5] L. ALBARÈDE, S. MAZOUFFRE, A. BOUCHOULE et M. DUDECK : Low-frequency electron dynamics in the near field of a Hall effect thruster. *Physics of Plasmas*, 13(6):063505, 2006.
- [6] J. BAREILLES, G. J. M. HAGELAAR, L. GARRIGUES, C. BONIFACE, J.-P. BOEUF et N. GASCON : Critical assessment of a two-dimensional hybrid Hall thruster model: Comparisons with experiments. *Physics of Plasmas*, 11(6):3035–3046, 2004.
- [7] S. BARRAL : *Numerical studies of Hall thrusters based on fluid equations for plasma*. Thèse de doctorat, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polska Akademia Nauk, 2003.
- [8] S. BARRAL, K. MAKOWSKI, Z. PERADZYNSKI et M. DUDECK : Transit-time instability in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 12(7):073504, 2005.
- [9] S. BARRAL, K. MAKOWSKI, Z. PERADZYNSKI, N. GASCON et M. DUDECK : Wall material effects in stationary plasma thrusters. ii. near-wall and in-wall conductivity. *Physics of Plasmas*, 10(10):4137–4152, 2003.
- [10] V. BLATEAU, M. MARTINEZ-SANCHEZ, O. BATISHCHEV et J. SZABO : Pic simulation of high specific impulse Hall effect thruster. In *PIC Simulation of High Specific Impulse Hall Effect Thruster*, numéro IEPC-01-037, 2001.
- [11] J.-P. BOEUF et L. GARRIGUES : Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster. *Journal of Applied Physics*, 84(7):3541–3554, 1998.
- [12] J. U. BRACKBILL et D. W. FORSLUND : An implicit method for electromagnetic plasma simulation in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, 46(2):271 – 308, 1982.
- [13] W.L. BRIGGS, V.E. HENSON et S.F. MCCORMICK : *A Multigrid Tutorial*. Miscellaneous Bks. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.

- [14] F. F. CHEN : *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Numéro v. 1 de Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion. Springer, 1984.
- [15] E. CHESTA, C. M. LAM, N. B. MEEZAN, D. P. SCHMIDT et M. A. CAPPELLI : A characterization of plasma fluctuations within a Hall discharge. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 29(4):582 –591, 2001.
- [16] E. Y. CHOEIRI : Plasma oscillations in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 8(4):1411–1426, 2001.
- [17] B. I. COHEN, A. B. LANGDON et A. FRIEDMAN : Implicit time integration for plasma simulation. *Journal of Computational Physics*, 46(1):15–38, 1982.
- [18] B. I. COHEN, A. B. LANGDON, D. W. HEWETT et R. J. PROCASSINI : Performance and optimization of direct implicit particle simulation. *Journal of Computational Physics*, 81(1):151 – 168, 1989.
- [19] P. CONCUS et G. H. GOLUB : Use of Fast Direct Methods for the Efficient Numerical Solution of Nonseparable Elliptic Equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 10:1103–1120, 1973.
- [20] F. DARNON, L. GARRIGUES, J.-P. BOEUF, A. BOUCHOULE et M. LYSZYK : Spontaneous oscillations in a Hall thruster. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 27(1):98 –99, 1999.
- [21] J. DENAVIT : Time-filtering particle simulations with $\omega_{pe}\delta t \gg 1$. *Journal of Computational Physics*, 42(2):337 – 366, 1981.
- [22] M. DROUIN, L. GREMILLET, J.-C. ADAM et A. HÉRON : Particle-in-cell modeling of relativistic laser-plasma interaction with the adjustable-damping, direct implicit method. *Journal of Computational Physics*, 229(12):4781 – 4812, 2010.
- [23] A. DUCROCQ : Rôle des instabilités électroniques de dérive dans le transport électronique du propulseur à effet Hall, thèse de l'école polytechnique. 2006.
- [24] A. DUCROCQ, J. C. ADAM, A. HÉRON et G. LAVAL : High-frequency electron drift instability in the cross-field configuration of Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 13(10):102111, 2006.
- [25] Y. B. ESIPCHUCK, A. I. MOROZOV, G. N. TILININ et A. V. TROFIMOV : Plasma oscillations in closed-drift accelerators with an extended acceleration zone. *Soviet Physics Technical Physics*, 18(7):928–932, 1973.
- [26] R. D. FALGOUT : An introduction to algebraic multigrid. *Computing in Science and Engineering*, 8(6):24–33, 2006.
- [27] J. M. FIFE : *Two-Dimensional Hybrid Particle-In-Cell Modeling of Hall Thrusters*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [28] A. FRIEDMAN : A second-order implicit particle mover with adjustable damping. *Journal of Computational Physics*, 90(2):292 – 312, 1990.

- [29] L. GARRIGUES, A. HÉRON, J.-C. ADAM et J.-P. BOEUF : Hybrid and particle-in-cell models of a stationary plasma thruster. *Plasma Sources Science and Technology*, 9(2):219, 2000.
- [30] L. GARRIGUES, S. MAZOUFFRE et G. BOURGEOIS : Computed versus measured ion velocity distribution functions in a Hall effect thruster. *Journal of Applied Physics*, 111(11):113301, 2012.
- [31] L. GARRIGUES, J. PÉREZ-LUNA, J. LO, G. J. M. HAGELAAR, J.-P. BOEUF et S. MAZOUFFRE : Empirical electron cross-field mobility in a Hall effect thruster. *Applied Physics Letters*, 95(14):141501, 2009.
- [32] N. GASCON, M. DUDECK et S. BARRAL : Wall material effects in stationary plasma thrusters. i. parametric studies of an spt-100. *Physics of Plasmas*, 10(10):4123–4136, 2003.
- [33] G. J. M. HAGELAAR, J. BAREILLES, L. GARRIGUES et J. P. BOEUF : Two-dimensional model of a stationary plasma thruster. *Journal of Applied Physics*, 91(9):5592–5598, 2002.
- [34] G. J. M. HAGELAAR, J. BAREILLES, L. GARRIGUES et J.-P. BOEUF : Role of anomalous electron transport in a stationary plasma thruster simulation. *Journal of Applied Physics*, 93(1):67–75, 2003.
- [35] D. W. HEWETT et A. B. LANGDON : Electromagnetic direct implicit plasma simulation. *Journal of Computational Physics*, 72(1):121–155, 1987.
- [36] R. W. HOCKNEY : A fast direct solution of poisson’s equation using fourier analysis. *J. ACM*, 12(1):95–113, 1965.
- [37] R.W. HOCKNEY et J.W. EASTWOOD : *Computer Simulation Using Particles*.
- [38] I. D. KAGANOVICH, Y. RAITSES, D. SYDORENKO et A. SMOLYAKOV : Kinetic effects in a Hall thruster discharge. *Physics of Plasmas*, 14(5):057104, 2007.
- [39] C. F. F. KARNEY : Stochastic ion heating by a lower hybrid wave. *Physics of Fluids*, 21(9):1584–1599, 1978.
- [40] A. K. KNOLL, N. GASCON et M. A. CAPPELLI : Numerical simulation of high frequency wave coupling within a Hall thruster. *In Numerical Simulation of High Frequency Wave Coupling within a Hall Thruster*, 2007.
- [41] J. W. KOO et I. D. BOYD : Modeling of anomalous electron mobility in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 13(3):033501, 2006.
- [42] C. M. LAM, A. K. KNOLL, E. FERNANDEZ et M. A. CAPPELLI : Two-dimensional (z - θ) simulations of Hall thruster anomalous transport. *In Two-Dimensional (z - θ) Simulations of Hall Thruster Anomalous Transport.*, 2009.
- [43] A. B. LANGDON, B. I. COHEN et A. FRIEDMAN : Direct implicit large time-step particle simulation of plasmas. *Journal of Computational Physics*, 51(1):107 – 138, 1983.

- [44] G. LAPENTA: Particle simulations of space weather. *Journal of Computational Physics*, 231(3):795 – 821, 2012.
- [45] A. A. LITVAK et N. J. FISCH: Rayleigh instability in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 11(4):1379–1383, 2004.
- [46] H. LIU, B. WU, D. YU, Y. CAO et P. DUAN: Particle-in-cell simulation of a Hall thruster. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 43(16):165202, 2010.
- [47] R. J. MASON: Implicit moment particle simulation of plasmas. *Journal of Computational Physics*, 41(2):233 – 244, 1981.
- [48] S. MAZOUFFRE, D. GAWRON et N. SADEGHI: A time-resolved laser induced fluorescence study on the ion velocity distribution function in a Hall thruster after a fast current disruption. *Physics of Plasmas*, 16(4):043504, 2009.
- [49] M. S. McDONALD: *Electron Transport in Hall Thrusters*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 2012.
- [50] M. S. McDONALD, C. K. BELLAN, B. A. St. PIERRE et A. D. GALLIMORE: Measurement of cross-field electron current in a Hall thruster due to rotating spoke instabilities. 2011.
- [51] N. B. MEEZAN, W. A., C. HARGUS et A. MARK: Anomalous electron mobility in a coaxial Hall discharge plasma. *Phys. Rev. E*, 63:026410, Jan 2001.
- [52] A. I. MOROZOV et A. P. SHUBIN: Electron kinetics in the wall-conductivity regime: I and ii. *Sov. J. Plasma Phys.*, 10:728, 1984.
- [53] MULTIGRILLE: http://www.cfd-online.com/wiki/multigrid_methods.
- [54] MULTIGRILLE: <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~borzi/mgintro.pdf>.
- [55] K. NANBU: Probability theory of electron-molecule, ion-molecule, molecule-molecule, and Coulomb collisions for particle modeling of materials processing plasmas and cases. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 28:971–990, juin 2000.
- [56] Y. NOTAY: An aggregation-based algebraic multigrid method. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 37:123–146, 2010.
- [57] J. PÉREZ-LUNA: Modélisation et diagnostics d’un propulseur à effet Hall, thèse de l’université de toulouse. 2008.
- [58] J. PÉREZ-LUNA, G. J. M. HAGELAAR, L. GARRIGUES et J.-P. BOEUF: Method to obtain the electric field and the ionization frequency from laser induced fluorescence measurements. *Plasma Sources Science and Technology*, 18(3):034008, 2009.
- [59] W. H PRESS, B. P FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY et W. T VETTERLING: *Numerical recipes in Fortran: the art of scientific computing; 2nd ed.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992.
- [60] W.H. PRESS: *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*. Fortran Numerical Recipes. University Press, 1992.

- [61] J. QIANG et X. LI : Particle-field decomposition and domain decomposition in parallel particle-in-cell beam dynamics simulation. *Computer Physics Communications*, 181(12):2024 – 2034, 2010.
- [62] R. RABENSEIFNER, G. HAGER et G. JOST : Hybrid mpi/openmp parallel programming on clusters of multi-core smp nodes. In *Parallel, Distributed and Network-based Processing, 2009 17th Euromicro International Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing*, pages 427 –436, 2009.
- [63] O. SCHENK et K. GÄRTNER : Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with pardiso. *Journal of Future Generation Computer Systems*, 20:475–487, 2004.
- [64] H. R. SKULLERUD : The stochastic computer simulation of ion motion in a gas subjected to a constant electric field. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1(11): 1567, 1968.
- [65] D. SYDORENKO, A. SMOLYAKOV, I. KAGANOVICH et Y. RAITSES : Kinetic simulation of secondary electron emission effects in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 13(1):014501, 2006.
- [66] J. SZABO : *Fully Kinetic Numerical Modeling of a Plasma Thruster*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [67] F. TACCOGNA, R. SCHNEIDER, S. LONGO et M. CAPITELLI : Kinetic simulations of a plasma thruster. *Plasma Sources Science and Technology*, 17(2):024003, 2008.
- [68] U. TROTTEBERG, C. W. OOSTERLEE et A. SCHÜLLER : *Multigrid*. Miscellaneous Bks. Academic Press, 2001.
- [69] S. TSIKATA, N. LEMOINE, V. PISAREV et D. M. GRÉSILLON : Dispersion relations of electron density fluctuations in a Hall thruster plasma, observed by collective light scattering. *Physics of Plasmas*, 16(3):033506, 2009.
- [70] V. VAHEDI et M. SURENDRA : A Monte Carlo collision model for the particle-in-cell method: applications to argon and oxygen discharges. *Computer Physics Communications*, 87(1-2):179 – 198, 1995.
- [71] D. YU, M. SONG, H. LIU, X. ZHANG et H. LI : Influence of magnetic field strength on potential well in the ionization stage of a double stage Hall thruster. *Physics of Plasmas*, 19(7):073511, 2012.

Résumé :

Les propulseurs à effet Hall sont utilisés pour le maintien en poste des satellites géostationnaires. La singularité de ce type de moteur est l'utilisation d'un champ magnétique dont le rôle est de piéger des électrons et de permettre la formation d'une région à fort champ électrique. Les ions formés sont accélérés dans ce champ électrique puis extraits du plasma pour fournir la poussée. La compréhension du transport des électrons à travers les lignes de champ magnétique reste un enjeu crucial pour prédire le fonctionnement du moteur. Plusieurs mécanismes de transport comme les phénomènes collisionnels et la turbulence ont été identifiés mais leur contribution exacte n'a pas encore été élucidée.

Sur la base de deux modèles numériques particulières ("Particle-In-Cell"), composés de schémas de discrétisation des trajectoires explicite et implicite, ce travail de thèse se propose d'analyser le déroulement d'une décharge type afin d'isoler les mécanismes de transport électronique mais aussi, de mieux cerner l'influence de la turbulence plasma sur la nature de la décharge. L'accent est mis sur le caractère fortement instationnaire de celle-ci. Nous étudions aussi un mécanisme de transport particulier, gouverné par la turbulence et les collisions volumiques, à l'aide d'un modèle numérique particule-test.

Mots clés :

Physique des plasmas, turbulence, interaction onde-électron, propulsion spatiale, propulsion à effet Hall, satellite, modélisation cinétique, Particle-In-cell, PIC, calcul parallèle, cluster.

Abstract :

Hall effect thrusters are used for station-keeping of satellites in geostationary orbit. The originality of this kind of thruster is the use of a magnetic field which traps the electrons and creates a high electric field region. In this region, the ions are accelerated and extracted from the plasma to provide a thrust. Electron transport across the magnetic field lines is a major issue in predicting the thruster performance. Several transport mechanisms as collision phenomena and plasma turbulence have been identified to play a role but their exact contribution is still not clear.

Based on two numerical particle models ("Particle-In-Cell"), composed of an explicit and implicit trajectory-tracking schemes, this work thesis aims at analyzing the proceeding of a discharge in order to isolate the transport mechanisms of electrons. It also aims at providing a better understanding of the plasma turbulence on the discharge behavior. We emphasize the strong unstationnary character of the discharge. We also study a particular transport mechanism, governed by turbulence and volumic collisions, using a particle-test numerical model.

Keywords :

Plasma physics, turbulence, wave-electron interaction, space propulsion, Hall effect thruster, satellite,

kinetic modeling, Particle-In-cell, PIC, parallel computing, cluster.